

**44 Jornadas Nacionales de Administración Financiera**  
Septiembre 19 y 20, 2024

# **Un modelo numérico de opciones reales y teoría de juegos para analizar acuerdos colaborativos, penalidades y opción de intercambio en contrato de prestación de servicios**

**Gastón S. Milanesi**

*Universidad Nacional del Sur – IICA*

## SUMARIO

1. Introducción
2. Modelo: Valor de los pagos contingentes y penalidades en contratos de suministro
3. Metodología: Aplicación del modelo SROG sobre contratos de prestación de servicios
4. Resultados
5. Conclusiones

Para comentarios:  
milanesi@uns.edu.ar

## 1. Introducción

El estudio, diseño y proyección de las relaciones económicas-jurídicas derivadas de acuerdos económicos, requiere de herramientas capaces de caracterizar y valorar corrientes estocásticas de beneficios, la flexibilidad estratégica contenidas en las relaciones económico-jurídicas y las potenciales conductas de los agentes. Esto requiere de modelos capaces de estimar el valor esperado de la relación contractual, los posibles cursos de acción de las partes intervinientes y las penalidades aplicables ante el incumplimiento del acuerdo formal. En tal sentido los contratos económicos se pueden asimilar a un “juego”, donde la elección de la mejor estrategia es una función de su valor intrínseco ajustado a las posibles respuestas los agentes que interactúan entre sí.

El presente trabajo propone un modelo numérico analítico cuyo aporte reside en valorar estrategias y penalidades en relaciones contractuales en el marco de la teoría de opciones reales y teoría de juegos. La primera proporciona el marco conceptual para valorar la flexibilidad estratégica contenida en las decisiones de inversión. En forma aislada solo considera dos fuentes de incertidumbre en forma activa: riesgo de las decisiones de los agentes y de los estados de la naturaleza. En estos modelos, las acciones de los agentes son tratadas como variables dadas. El análisis es enriquecido por la teoría de juegos, ya que brinda el marco teórico para modelar las potenciales conductas, sobre la base de soluciones de equilibrio. El resultado de conjugar la teoría de opciones reales con teoría de juegos <sup>1</sup> da como resultado un conjunto de modelos, siguiendo a Smit & Trigeorgis (2004) estos se clasifican en:

- a. Modelos simples de teoría de juego y opciones reales (SROG, *standard real options games*):<sup>2</sup> El común denominador de estos modelos está dado por los supuestos básicos: el valor de la inversión es una variable aleatoria (subyacente) que sigue un proceso estocástico (por lo general geométrico y aritmético browniano con modificaciones). El proceso es planteado de manera discreta o continua y los agentes son neutrales al riesgo. El costo de la inversión es hundido y cierto. El problema se estudia de manera aislada, donde se analiza el curso de acción y se valora mediante modelos de opciones.

Seguidamente se analiza la interacción estratégica entre los competidores, planteando soluciones de equilibrio que permitan anticipar y explicar conductas. En estos juegos, las conductas cooperativas permiten acceder a situaciones superiores en relación a los resultados de suma cero (Axelrod, 1986). En términos de cursos de acción de empresas implica promover la concreción de acuerdos estratégicos, estableciendo penalizaciones que promuevan incentivos de cumplimiento (Milanesi y Thomé, 2015).

---

<sup>1</sup> Un aspecto que diferencia a la teoría de juegos con los SROG está dado por la manera de estimar los pagos (flujos) esperados, donde en los modelos SROG se calculan aplicando teoría de opciones reales, cosa que no sucede en un planteo tradicional de juegos.

<sup>2</sup> Los primeros trabajos corresponden a Smit & Ankum (1993), Dixit & Pindyck (1994), Grenadier (1996), Kulatilaka & Perotti (1998), Smit (2003).

- b. Modelos complejos de teoría de juegos y opciones reales (NSROG, *non-standard real options games*). Presentan dos o más variables estocásticas y las decisiones no se toman en un punto del tiempo determinado. Se conjugan modelos microeconómicos sobre estructuras de mercados con opciones de salidas, asimetrías entre firmas, estructuras informativas (perfectas/imperfectas), cooperación entre firmas, participaciones en el mercado, entre otras situaciones de mercado-competencia.<sup>3</sup>

El trabajo propone un modelo simple de opciones reales y teoría de juegos para valorar acuerdos informales y formales de prestación de servicios, proponiendo penalidades económicas que incentiven la colaboración y considerando la opción en poder del proveedor de intercambio de cliente. El caso analizado versa sobre la prestación de servicios de análisis de agente de sostén en las perforaciones no convencionales de shale en el complejo Vaca Muerta, Argentina.

Desde la perspectiva del proveedor, se presenta un modelo de pagos contingentes para valorar la flexibilidad estratégica originada en la decisión de intercambio de clientes y los flujos asociados a acuerdos formales de provisión con su correspondiente multa. Para la contraparte, el modelo cuantifica flujos de beneficios derivados de acuerdos informales o formales. Para contratos de colaboración estima penalidades económicas, incentivando acciones y conductas tendientes a cumplir el acuerdo estratégico.

La estructura del trabajo es la siguiente: en primer lugar, es desarrollado y fundamentado el modelo numérico de valoración de flujos contingentes y penalidades económicas, basado en un enfoque SROG. Seguidamente, aplicando la metodologías de casos en administración (Castro Monge, 2010). Se analiza e ilustra el comportamiento del modelo propuesto, mediante la valoración de relaciones económicas-jurídicas y el planteo matricial y extensivo en términos de juegos, de los contratos de servicio de análisis de agente sostén en exploraciones no convencionales, en el área Vaca Muerta (Neuquén Argentina). Finalmente se exponen las principales conclusiones

## 2. Modelo: Valor de los pagos contingentes y penalidades en contratos de suministro

Los flujos de pagos correspondientes a cliente y proveedor se suponen siguen un proceso binomial. Se supone un ambiente estable de precios y el componente estocástico se encuentra dado por el comportamiento de la demanda. A partir de la volatilidad de las cantidades demandadas ( $\sigma$ ), se calculan los coeficientes de ascenso, descenso y probabilidades neutrales al riesgo tradicional para la valoración de opciones (Cox, Ross & Rubinstein, 1979).

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}}$$

Ec 1

<sup>3</sup> Se pueden citar, entre otros, Ghemawat & Nalebuff (1985), Fudenberg & Tirole (1985), Lambrecht (2001), Grenadier (2000), Grenadier (2002), Paxson & Pinto (2005), Murto (2004), Pawlina & Kort (2006), Hsu & Lambrecht (2007), Paxson & Melmane (2009), Armada, Kryzanowski & Pereira (2011), Thijssen (2010), Graham (2011), Boyer, Laserrere & Moreaux (2012).

$$d = e^{-\sigma\sqrt{t}} \quad \text{Ec 2}$$

$$p = (1 + r) - d/(u - d) \quad \text{Ec 3}$$

La proyección de las cantidades demandadas de servicio se determina con la siguiente expresión:

$$q_{(t+1)(i,j)} = q_{(t)(i,j)} \times u; \quad q_{(t)(i,j)} \times d \quad \text{Ec 4}$$

En la situación de no acuerdo formal, el valor actual del flujo de fondos para proveedor y cliente se obtiene a partir del proceso binomial proyectado correspondiente a la demanda, el flujo de fondos para una de las partes y la probabilidad de contratación:

$$VAN(P) = -I + \left\{ \sum_{t=1}^n \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} p^t (1-p)^{n-t} (u^t; d^{n-t} Q_{t,i} \times FFl_{t,i}) \right] \times (1+r)^{-t} \right\} \times P_{(x)} \quad \text{Ec 5}$$

$$VAN(C) = \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} p^t (1-p)^{n-t} (u^t; d^{n-t} Q_{t,i} \times FFl_{t,i}) \right] \times (1+r)^{-t} \right\} \times P_{(x)} \quad \text{Ec 6}$$

Donde  $VAN(P)$  y  $VAN(C)$  son el valor actual de los flujos correspondientes al proveedor-cliente respectivamente. La inversión inicial se encuentra incorporada en la variable  $-I$ ,  $u$ ,  $d$  y  $p$  son los coeficientes (ecuaciones 1, 2 y 3). El producto entre cantidades proyectadas (ecuación 4) y flujo de fondos libres correspondiente a cada instancia de negociación se encuentra representado por  $Q_{t,i} \times FFl_{t,i}$ . Finalmente  $r$  representa a la tasa libre de riesgo y  $P_{(x)}$  las probabilidades constantes de respetar el acuerdo informal. Las mismas expresiones son utilizadas para el caso de suscribirse un acuerdo formal cliente-proveedor, con la eliminación de la probabilidad de contratación  $P_{(x)}$ . Es así, ya que la prestación del servicio y su recepción pasan a considerarse ciertas fruto de la formalización del contrato de suministro.

En el supuesto de no acuerdo formal desde la perspectiva del proveedor se supone la existencia de una opción de intercambio entre clientes:

$$VA(OI) = \text{Max}[VAN(P/CI); VAN(P/CII)] \quad \text{Ec 7}$$

Donde  $VA(OI)$  representa el valor de la opción de intercambio obtenido como el máximo entre al valor actual obtenido por el proveedor fruto de contratar con el cliente I o II (ecuación 6).

El ejercicio de la opción se presenta en las situaciones donde se acuerda formalmente precio y el excedente sobre costos es distribuido entre las partes, acorde a su poder de negociación. En estos casos, el precio acordado para el proveedor surge de  $p_t = v_n - (v_n - c_n) \times \%ff$  y para el cliente es  $p_t = c_n + (v_n - c_n) \times \%ff$ . Donde  $v_n$  representa el precio de transferencia interno para el cliente (valor de costo),  $c_n$  representa el costo variable del servicio para el proveedor y  $\%ff$  la fracción del resultado que se apropia cliente – proveedor en el proceso de negociación.

Bajo el supuesto de dos clientes y único proveedor, en el caso de acuerdo formal, se disponen de multas monetarias ante el incumplimiento. El valor de la penalidad para el proveedor surge del máximo valor entre el perjuicio que le origina al cliente por su incumplimiento, valor actual de los flujos de fondos para el cliente con acuerdo  $FFl(C_{n,a_{t,i}})$ , y los beneficios potenciales a su favor derivados del incumplimiento. Se supone que oferta y contrata con el otro cliente, siendo el beneficio potencial el valor actual de los beneficios sin acuerdo  $FFl(C_{n,s/a_{t,i}})$ .

VAN Penalidad (P) = Ec 8

$$\text{Max} \left\{ \sum_{t=1}^n \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} p^t (1-p)^{n-t} \left( u^t, d^{n-t} Q_{t,i} \times \text{FFI}(C_{n,a,t,i}) \right) \right] \right. \\ \left. \times (1+r)^{-t}; \sum_{t=1}^n \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} p^t (1-p)^{n-t} \left( u^t, d^{n-t} Q_{t,i} \times \text{FFI}(C_{n,s/a,t,i}) \right) \right] \right. \\ \left. \times (1+r)^{-t} \times P_{(x)} \right\}$$

La penalidad para el cliente sigue el criterio de que el incumplimiento surge de no respetar el precio acordado y suponer que el proveedor se obliga a cumplir a un precio sin acuerdo. La multa surge del máximo valor entre el valor actual para el proveedor correspondientes a flujos de fondos con precios acordados,  $\text{FFI}(P_{a,t,i})$ , y el valor actual de flujos de fondos sin precios acordados,  $\text{FFI}(P_{s/a,t,i})$ .

VAN Penalidad (C) = Ec 9

$$\text{Max} \left\{ \sum_{t=1}^n \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} p^t (1-p)^{n-t} \left( u^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times \text{FFI}(P_{a,t,i}) \right) \right] \right. \\ \left. \times (1+r)^{-t}; \sum_{t=1}^n \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} p^t (1-p)^{n-t} \left( u^t, d^{n-t} Q_{t,i} \times \text{FFI}(P_{s/a,t,i}) \right) \right] \right. \\ \left. \times (1+r)^{-t} \times P_{(x)} \right\}$$

En la mayoría de los casos, el valor de la penalidad aplicable al cliente estará dado por el valor actual de los flujos con acuerdo que pierde el proveedor ante el incumplimiento del primero. Salvo en situaciones donde el poder de negociación del cliente sea alto donde se apropie de un significativo porcentaje del beneficio, en el marco de estructuras de mercado monopsonio.

### 3. Metodología: Aplicación del modelo SROG sobre contratos de prestación de servicios

A los efectos de analizar las interrelaciones que surgen del modelo propuesto, será empleada la técnica metodológica de análisis de caso en administración (Castro Monge, 2010). Se estudia la inversión incremental en un laboratorio de estudios de arenas o agentes de sostén<sup>4</sup> (*prop-pants*) en el reservorio Vaca Muerta (Neuquén, Argentina). En la estructura integral de costos correspondiente a un pozo no convencional, la arena de sostén representa una fracción significativa del costo. En tal sentido, las fracturas hidráulicas necesarias para producir un reservorio *shale*

<sup>4</sup> Los denominados agentes de sostén constituyen un recurso primordial para la estimulación de pozos en reservorios de explotación no convencional, *shale o tight*. Tienen como función principal, de generar un camino conductivo abierto que permita el flujo de los recursos energéticos de estos reservorios, manteniendo abierta las fracturas y las fisuras creadas durante las operaciones de estimulación hidráulica, también conocidas como *fracking* (Giglio, 2018).

o *tight* representan el 40 % del costo para desarrollar un pozo, donde el agente de sostén (arena) compone el 45 % del costo correspondiente a la estimulación (Peñaranda, 2014).

La necesidad de estudios y análisis previos sobre el agente de sostén, reside en las especificaciones relacionadas con características físicas y parámetros establecidos por normas internacionales, para ser consideradas aptas en el proceso de producción del pozo. En la composición agregada de costos para la construcción y operación de pozos no convencionales, el agente de sostén, se ubica dentro de los conceptos que conforman el CAPEX, es decir en la etapa de inversión de capital, previa a la generación de beneficios, por oposición del flujo de costos operativos (OPEX).<sup>5</sup>

El servicio de laboratorio de arenas se enfoca en el estudio de calidad del agente de sostén, siendo las instancias al momento de licitar compras, una vez adquiridas, o en búsqueda de zonas con reservas de agentes de sostén.<sup>6</sup> El modelo propuesto es aplicado sobre la segunda alternativa, servicios de análisis una vez adquirido el agente sostén, debido a que es el servicio de inspección más rutinario y de mayor impacto económico.

Para estimar la demanda del servicio se debe partir de la evolución de la explotación de *shale*. Existe una relación directa entre etapas de fractura y uso de agente sostén, donde a mayor cantidad de fracturas, mayor demanda de agente sostén, mayor demanda de análisis sobre calidad. A partir de los datos e información obtenidos del Ministerio de Energía y Recursos Naturales de la Provincia de Neuquén, Argentina,<sup>7</sup> Experto en Shale<sup>8</sup> y Más Energía<sup>9</sup> se elabora la información que se expone en la tabla 1.

A partir de la tabla 1 se obtiene la serie de variaciones logarítmicas sobre la cantidad de muestra en el periodo  $t$ , en relación al periodo anterior, como la  $\sum_{t=1}^n \ln\left(\frac{M_t}{M_{t-1}}\right)$ . Los resultados obtenidos permiten calcular el desvío en las cantidades muestras, el cual es de  $\sigma = 14,07\%$ . La volatilidad obtenida es un parámetro fundamental para construir el proceso binomial correspondiente a la evolución y demanda de muestras del mercado, correspondiente al proveedor (P).

---

<sup>5</sup> Es común denominar a las inversiones en bienes de capital y sus costos asociados bajo las siglas CAPEX, contracción del inglés *capital expenditures*. La sigla OPEX, del inglés *operational expenditures*, representa al flujo de costos operacionales.

<sup>6</sup> Se presentan tres momentos donde los estudios sobre calidad y especificaciones relativas al agente de sostén son llevados a cabo: a) En la etapa de licitación de la compra del agente de sostén, comparando calidad técnica de los oferentes analizando muestras testigos; b) Al adquirir el agente de sostén. Cabe destacar que cada pozo consume aproximadamente 5.000 toneladas de arenas. Las cantidades comprometidas son inspeccionadas en la recepción y pesaje. La calidad es analizada mediante técnicas de muestreo por los servicios de laboratorios especializados; c) El tercer servicio vinculado al estudio de calidad de arenas, está dado cuando existen actividades de prospección. En estos casos, se trata de equipos que trabajan en las tareas de estudio del suelo en zonas potenciales, generalmente lo más cercanos posible a las áreas de fractura. Esto es así, debido a que la logística es determinante en el costo del agente de sostén.

<sup>7</sup> <https://www.energianeuquen.gob.ar/category/vaca-muerta/>

<sup>8</sup> <http://www.shaleenargentina.com.ar/experto-en-shale/2>

<sup>9</sup> <https://mase.lmneuquen.com/vaca-muerta/arenas-vaca-muerta-la-evolucion-la-logistica-ultima-millan1101331>.

Tabla 1: Evolución fracturas y demanda de agente sostén

Periodos (*)	Fracturas totales	Toneladas totales	Muestras (**)	Camiones (***)
2024	18259	4.564.800,00	25.360	152.160
2023	14747	3.686.750,00	20.482	122.892
2022	12522	3.130.500,00	17.392	104.350
2021	10254	2.563.500,00	14.242	85.450

(\*) Periodo 2024: al mes de mayo acumulaba 7608 fracturas, anualizadas 18.529

(\*\*) Muestras son obtenidas a partir del total de toneladas totales, las cuales surgen del producto entre fractura y demanda de arena (250 toneladas). Las normas ISO 13503-2 exigen 1 tonelada cada nueve, y sobre dicha población, la cantidad de muestras representa el 5 %.

(\*\*\*) Se asume que transportan 30 toneladas promedio.

La inversión inicial requerida para montar el laboratorio de arena es de u\$ 1.450.000. La inversión presenta alto riesgo habida cuenta su alta barrera de salida o irreversibilidad.<sup>10</sup> Los costos variables (cv) por muestra ascienden a u\$500, integrando los costos directos e indirectos correspondiente al servicio de inspección.

Del lado de la demanda existen dos clientes potenciales, con diferentes participaciones de mercado en base a las concesiones otorgadas sobre territorio de exploración. El cliente I (C1) posee una participación del 15 %, con un estimado sobre el periodo 2024 de 2739 fracturas, implicando una demanda inicial de 3804 análisis. El cliente II (C2) posee una participación del 25 %, con un estimado sobre el periodo 2024 de 4564 fracturas, implicando una demanda inicial de 6340 análisis. La provisión a los clientes es mutuamente excluyente, siendo (C1) quién inicia el proceso de contratación y presenta mayores probabilidades de concertar el acuerdo. En la tabla 2 se resumen las condiciones correspondientes a los clientes potenciales.

Tabla 2: Variables clientes I y II

Cliente	Cantidades	Contrato (*)	%(Beneficio) (**)
	Q (t=0)	P(CI) (x)	FF (%)
I	3804	0,8	0,5
II	6340	0,5	0,45

(\*) Probabilidad de contratar servicio sin acuerdo entre partes

(\*\*) Fracción del beneficio neto que se apropia el cliente en caso de no acuerdo

En el cuadro se indican las probabilidades objetivas de que el cliente contrate sin acuerdo formalizado con el proveedor ( $P(CI)_x$ ) y ( $\%FF$ ) representa la fracción de flujo de fondo neto

<sup>10</sup> Dicha característica se encuentra asociada a la especificidad de los activos fijos. Adicionalmente, las características del servicio de inspección de arenas de fractura, se encuentran asociadas a la inversión inicial del cliente. La inversión en fractura se encuentra expuesta a riesgos macro económicos, del precio del mercado del crudo y gas, como a la estabilidad jurídica y política del contexto.

apropiada por el cliente cuando no se acuerda precio. En relación al precio, conforme fue explicitado en el desarrollo del modelo, se encuentra el valor de transferencia ( $v_n$ ) para el cliente y el precio resultante del acuerdo ( $p_n$ ). El primero representa el máximo valor a pagar por el servicio e incorporarlo como elemento del costo.

En el proceso de negociación, dependiendo del poder de cada parte puede darse la situación donde el proveedor se apropie de la totalidad el beneficio, cobrando el precio de transferencia del cliente ( $v_n$ ); el cliente se apropie de la totalidad del beneficio, pagando como precio el costo variable del proveedor ( $c_v$ ). Finalmente, el precio acordado ( $p_t$ ) define las bases para formalizar un acuerdo entre partes. En el caso del cliente I, ( $v_I$ ) = u\$ 1.200 y ( $p_I$ ) = u\$ 1.000. Para el cliente II ( $v_{II}$ ) = u\$ 1.150 y ( $p_{II}$ ) = u\$ 875. En la tabla 3 se presentan las matrices correspondientes al juego con precios y flujos para cada cliente.

Tabla 1: Matriz cliente I precios – flujos de fondos

Proveedor	Cliente I			
	Acuerdo		No acuerdo	
Acuerdo	1.000,00	1.000,00	-	500,00
	<i>500,00</i>	<i>200,00</i>	-	<i>700,00</i>
No acuerdo	1.200,00	-	850,00	850,00
	<i>700,00</i>	-	<i>350,00</i>	<i>350,00</i>

La tabla expone la matriz de precios y flujos correspondiente a la relación cliente I-proveedor. En los recuadros superiores se encuentran expresados los precios, mientras que en itálicas en la parte inferior se expone el flujo de fondos. Los pagos contenidos en la matriz representan una foto determinística de la ecuación precio-costos variables. El precio de acuerdo es de ( $p_t =$  u\$ 1.000). En ese sentido la estrategia dominante para cada una de las partes es no acordar imponiendo precio. Pero claro está, en ese caso el cliente no percibe el servicio, y el proveedor no tendría actividad. En esta situación el equilibrio de Nash es no acordar, con un mecanismo de negociación en donde el precio surge a partir de la fracción de beneficios sobre costos que cada parte apropia. Conforme surge de la tabla 2, el porcentaje de beneficio apropiado por proveedor-cliente es del 50 %, tal que el precio para el proveedor es  $p_I = v_n - (v_n - c_n) \times \%ff$  y para el cliente es  $p_I = c_n + (v_n - c_n) \times \%ff$ , siendo de u\$ 850. El flujo de fondos para ambas partes por unidad de servicio asciende a u\$ 350.

En la tabla 4 se presenta la matriz en el caso del cliente II.

Tabla 4: Matriz cliente II precios – flujos de fondos

Proveedor	Cliente II			
	Acuerdo		No acuerdo	
Acuerdo	875,00	875,00	-	500,00
	<i>375,00</i>	<i>275,00</i>	-	<i>650,00</i>
No acuerdo	1.150,00	-	792,50	850,00
	<i>650,00</i>	-	<i>357,50</i>	<i>350,00</i>



Igual que el cliente I se exponen precios y flujos correspondientes al cliente II sin acuerdo formal de provisión. El precio de acuerdo es de ( $p_t = \text{u\$ } 875$ ) pero, a diferencia del caso anterior, al no existir acuerdo no existe simetría en la apropiación de flujos de fondos, ya que el cliente accede al 45 % del flujo sobre el precio  $p_I = \text{u\$ } 500 + (\text{u\$ } 875 - \text{u\$ } 500) \times 0.45$ , obteniendo un flujo de  $\text{u\$ } 292,50$ . En el caso del proveedor el flujo es de  $p_I = \text{u\$ } 875 - (\text{u\$ } 875 - \text{u\$ } 500) \times 0,55$ , ascendiendo a  $\text{u\$ } 357,50$ . La solución es similar al caso anterior. En la siguiente sección serán expuestos los resultados a través de una modelo de opciones reales de intercambio de clientes y teoría de juegos.

## 4. Resultados

En esta sección se exponen los resultados derivados de aplicar el modelo: valor estratégico de cada opción con su correspondiente penalidad, desde la perspectiva del proveedor y cliente, luego el planteo del juego y su resolución.

### 4.1 Valor estratégico opción de intercambio y penalidades

A partir de los datos anteriores, se procederá a cuantificar la demanda estocástica de servicio de estudio de arena sostén para cada cliente, valorar la opción de intercambio y aplicar un simple modelo de juegos. Con ello se pretende cuantificar los pagos contingentes desde la perspectiva del proveedor-cliente, los beneficios de formalizar un acuerdo y los incentivos monetarios para su cumplimiento.

El análisis en tiempo discreto se realiza a partir del tradicional modelo binomial (Cox, Ross & Rubinstein, 1979). A los efectos de proyectar la cantidades se parte de la volatilidad estimada a partir del uso de toneladas en fracturas (tabla 1), de  $\sigma = 14,07 \%$ , obteniéndose los coeficientes de ascenso ( $u = 1,151$ ), descenso ( $d = 0,8687$ ) y probabilidades neutrales al riesgo, ( $p = 0,5711$ ) (ecuaciones 1, 2 y 3). Partiendo de las cantidades de muestras en  $t=0$  (tabla 2) se procede a proyectar las cantidades en un horizonte de cinco años (ecuación 4), asumiendo que la prestación del servicio comienza en  $t=1$  (tablas 5 y 6).

Tabla 5: Proceso binomial cantidades a demandar cliente I

0	1	2	3	4	5
3804	4379	5040	5802	6679	7688
	3305	3804	4379	5040	5802
		2871	3305	3804	4379
			2494	2871	3305
				2167	2494
					1882

Tabla 6: Proceso binomial cantidades a demandar cliente II

0	1	2	3	4	5
6340	7298	8401	9670	11131	12813
	5508	6340	7298	8401	9670
		4785	5508	6340	7298
			4157	4785	5508
				3611	4157
					3137

A continuación se presentarán los valores actuales correspondientes a la corriente de beneficios para el proveedor y clientes en situación con y sin acuerdo. Estos valores son pagos contingentes en tanto responden a un proceso binomial, con probabilidades objetivas de contratación de parte de cada cliente y opcionalidad para el proveedor (ecuaciones 5 y 6) La flexibilidad estratégica se encuentra contenida en la opción de intercambio entre cliente I y II, en el periodo t=1, en la medida de no formalizar el acuerdo de colaboración. Los valores actuales obtenidos constituyen los puntos de referencia para la toma de decisión y desarrollo del juego para los agentes (ecuación 7).

Se calcularán los valores actuales que surgen de cuantificar los flujos de fondos proyectados para las partes, como la opción de intercambio. El desarrollo de las combinatorias para calcular probabilidades se muestra en la tabla 7.

Tabla 7: Probabilidades neutrales al riesgo

1	P	2	P	3	P	4	P	5	P
1	57,11 %	2	32,62 %	3	18,63 %	4	10,64 %	5	6,08 %
0	42,89 %	1	48,99 %	2	41,97 %	3	31,96 %	4	22,82 %
Σ	100 %	0	18,39 %	1	31,51 %	2	36,00 %	3	34,27 %
		Σ	100,00 %	0	7,89 %	1	18,02 %	2	25,73 %
				Σ	100,00 %	0	3,38 %	1	9,66 %
						Σ	100,00 %	0	1,45 %
								Σ	100,00 %

Se calculan los valores actuales por periodo y total para la relación contractual proveedor y cliente I en el supuesto de no formalizar acuerdo. Se comparten beneficios (%ff = 50 %) Los valores correspondientes a flujos surgen de la matriz expuesta en la tabla 3, el proceso binomial (tabla 5) y las probabilidades neutrales al riesgo (tabla 7).

$$VAN(P) = -1.45(\text{mill}) + \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$350) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\} \times 0.8$$

$$VAN(CI) = \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$350) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\} \times 0.8$$

El valor actual por periodo es la sumatoria de los valores esperados para cada intervalo de tiempo. El valor esperado actualizado al tipo sin riesgo, arroja el valor actual de la corriente de flujo de fondos. Finalmente, el valor actual total es ajustado por la probabilidad objetiva de que el comitente contrate.

*Tabla 8: Valor actual sin acuerdo formal compartiendo beneficio cliente I*

<i>VAN(P)</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
\$ 3.875.600,00	\$ 1.097.073,60	\$ 1.129.985,81	\$ 1.163.885,38	\$ 1.198.801,94	\$ 1.234.766,00

<i>VAN(CI)</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
\$ 5.325.600,00	\$ 1.097.073,60	\$ 1.129.985,81	\$ 1.163.885,38	\$ 1.198.801,94	\$ 1.234.766,00

Seguidamente se exponen las expresiones y tablas correspondientes a la estimación del valor actual apropiándose cada parte de forma individual de la totalidad del beneficio.

$$VAN(P) = -1.45(\text{mill}) + \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$700) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\} \times 0.8$$

$$VAN(CI) = \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$700) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\} \times 0.8$$

*Tabla 9: Valor actual sin acuerdo formal apropiando la totalidad del beneficio cliente I*

<i>VAN(P)</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
\$ 9.201.200,00	\$ 2.194.147,20	\$ 2.259.971,62	\$ 2.327.770,76	\$ 2.397.603,89	\$ 2.469.532,00

<i>VAN(CI)</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
\$ 6.657.000,00	\$ 1.371.342,00	\$ 1.412.482,26	\$ 1.454.856,73	\$ 1.498.502,43	\$ 1.543.457,50

Las siguientes ecuaciones y tabla presentan el valor actual correspondiente a cada una de las partes en el supuesto de formalizar el acuerdo.

$$VAN(P) = -1.45(\text{mill}) + \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$500) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\}$$

$$VAN(CI) = \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$200) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\}$$

Tabla 10: Valor actual con acuerdo formal cliente I

<i>VAN(P)</i>	1	2	3	4	5
\$ 8.060.000,00	\$ 1.959.060,00	\$ 2.017.831,80	\$ 2.078.366,75	\$ 2.140.717,76	\$ 2.204.939,29
<i>VAN(CI)</i>	1	2	3	4	5
\$ 3.804.000,00	\$ 783.624,00	\$ 807.132,72	\$ 831.346,70	\$ 856.287,10	\$ 881.975,72

Al existir un compromiso formal, existe certeza en las prestaciones, la incertidumbre se presenta en la variación de las cantidades demandadas, las cuales dependen de la actividad de fractura. El incentivo para el cumplimiento reside en el establecimiento de penalidades económicas, calculadas a partir del flujo de pagos contingentes.

$$VAN \text{ Penalidad (P)} = \text{Max} \left\{ \left[ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$200) \right] \right. \right. \\ \left. \times (1 + 0.03)^{-t}; \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$350) \right] \right. \\ \left. \times (1 + 0.03)^{-t} \times 0.8 \right\}$$

$$VAN \text{ Penalidad (C)} = \text{Max} \left\{ \left[ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$500) \right] \right. \right. \\ \left. \times (1 + 0.03)^{-t}; \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$350) \right] \right. \\ \left. \times (1 + 0.03)^{-t} \times 0.8 \right\}$$

Tabla 11: Valores correspondientes a las penalidades cliente I

<i>Penalidad(P)</i>	1	2	3	4	5
\$ 5.325.600,00	\$ 1.097.073,60	\$ 1.129.985,81	\$ 1.163.885,38	\$ 1.198.801,94	\$ 1.234.766,00
<i>Penalidad(CI)</i>	1	2	3	4	5
\$ 9.510.000,00	\$ 1.959.060,00	\$ 2.017.831,80	\$ 2.078.366,75	\$ 2.140.717,76	\$ 2.204.939,29

La penalidad representa el máximo valor entre el perjuicio ocasionado a la contraparte y el beneficio obtenido. Ante el incumplimiento del proveedor o cliente, el cliente pierde el flujo de correspondiente al acuerdo formal o eventualmente el flujo del no acuerdo y provisión ajustado por la probabilidad de contratar.

Seguidamente se presenta la situación del cliente II. Sin acuerdo formalizado, sin perjuicio del comienzo de la relación contractual compartiendo beneficios, el cliente se apropia del 45 % del beneficio. Asimismo, las probabilidades de contratar son del 50 %. Los valores correspondientes a flujos surgen de la matriz expuesta en la tabla 4 y el proceso binomial (tabla 6) y probabilidades neutrales al riesgo (tabla 7). El valor actual del flujo de fondos (ecuación 5 y 6) se calcula:

$$\begin{aligned} \text{VAN}(P) &= -1.45(\text{mill}) \\ &+ \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1-0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$357,50) \right] \right. \\ &\left. \times (1+0.03)^{-t} \right\} \times 0.5 \\ \text{VAN}(CII) &= \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1-0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$292,5) \right] \right. \\ &\left. \times (1+0.03)^{-t} \right\} \times 0.5 \end{aligned}$$

Tabla 12: Valor actual sin acuerdo formal compartiendo beneficio cliente II

VAN(P)	1	2	3	4	5
\$ 4.216.375,00	\$ 1.167.273,25	\$ 1.202.291,45	\$ 1.238.360,19	\$ 1.275.511,00	\$ 1.313.776,33

VAN(CII)	1	2	3	4	5
\$ 7.822.250,00	\$ 1.910.083,50	\$ 1.967.386,01	\$ 2.026.407,59	\$ 2.087.199,81	\$ 2.149.815,81

Se presentan las ecuaciones y tablas correspondientes a la estimación del valor actual, donde cada parte de manera unilateral, se apropia de la totalidad del beneficio:

$$\begin{aligned} \text{VAN}(P) &= -1.45(\text{mill}) \\ &+ \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1-0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$650) \right] \right. \\ &\left. \times (1+0.03)^{-t} \right\} \times 0.5 \\ \text{VAN}(CII) &= \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1-0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$650) \right] \right. \\ &\left. \times (1+0.03)^{-t} \right\} \times 0.5 \end{aligned}$$

Tabla 13: Valor actual sin acuerdo formal apropiando la totalidad del beneficio cliente II

VAN(P)	1	2	3	4	5
\$ 8.852.500,00	\$ 2.122.315,00	\$ 2.185.984,45	\$ 2.251.563,98	\$ 2.319.110,90	\$ 2.388.684,23

VAN(CII)	1	2	3	4	5
\$ 4.121.000,00	\$ 848.926,00	\$ 874.393,78	\$ 900.625,59	\$ 927.644,36	\$ 955.473,69

Si se formaliza el acuerdo las expresiones y tablas para estimar el valor actual son las siguientes:

$$VAN(P) = -1.45(\text{mill}) + \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$375) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\}$$

$$VAN(CII) = \left\{ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$275) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \right\}$$

Tabla 14: Valor actual con acuerdo formal cliente II

<i>VAN(P)</i>	1	2	3	4	5
\$ 10.437.500,00	\$ 2.448.825,00	\$ 2.522.289,75	\$ 2.597.958,44	\$ 2.675.897,20	\$ 2.756.174,11

<i>VAN(CII)</i>	1	2	3	4	5
\$ 8.717.500,00	\$ 1.795.805,00	\$ 1.849.679,15	\$ 1.905.169,52	\$ 1.962.324,61	\$ 2.021.194,35

A continuación se calculan las penalidades monetarias producto de la relación contractual con el cliente II (ecuaciones 8 y 9).

$$VAN \text{ Penalidad (P)} = \text{Max} \left\{ \left[ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$275) \right] \right] \times (1 + 0.03)^{-t}; \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$357,5) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \times 0.5 \right\}$$

$$VAN \text{ Penalidad (C)} = \text{Max} \left\{ \left[ \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$375) \right] \right] \times (1 + 0.03)^{-t}; \sum_{t=1}^{n=5} \left[ \frac{n!}{t!(n-t)!} 0.5711^t (1 - 0.511)^{n-t} (1.15^t, 0.8687^{n-t} Q_{t,i} \times u\$292,5) \right] \times (1 + 0.03)^{-t} \times 0.5 \right\}$$

Tabla 15: Valores correspondientes a las penalidades cliente II

<i>Penalidad(P)</i>	1	2	3	4	5
\$ 9.161.300,00	\$ 1.795.805,00	\$ 1.967.386,01	\$ 2.026.407,59	\$ 2.087.199,81	\$ 2.149.815,81

<i>Penalidad(CII)</i>	1	2	3	4	5
\$ 9.272.250,00	\$ 1.910.083,50	\$ 1.967.386,01	\$ 2.026.407,59	\$ 2.087.199,81	\$ 2.149.815,81

De no darse acuerdo formal entre clientes y proveedores existe la posibilidad para el proveedor de ejercer la opción de intercambio, sin acuerdo formal (ecuación 7), siendo

$$VA(OI) = \text{Max}[VAN(P/CI); VAN(P/CII)] = \text{Max}[\$3.875.600; 4.216.375]$$

Tabla 16: Valor opción de intercambio para el proveedor

Decisión	1	2	3	4	5
\$ 4.216.375,00	\$ 1.167.273,25	\$ 1.202.291,45	\$ 1.238.360,19	\$ 1.275.511,00	\$ 1.313.776,33
$D@Max(I,II)$	II	II	II	II	II

#### 4.2 Planteo del juego. Resolución matricial y extensiva de las conductas contenidas en los acuerdos

Seguidamente se presentan las matrices correspondientes a las estrategias correspondientes a los agentes. Se presenta por cliente dos situaciones, en el caso de formalizar acuerdo existen penalidades, consecuentemente las estrategias son de cumplimiento y no cumplimiento. Sin penalidades ni acuerdo formal, las estrategias son acuerdo o no. Los resultados contenidos en las tablas 8 a 16 constituyen el insumo para estimar los valores actuales para el planteo del juego de forma extensiva y matricial.

##### a) Cliente I: acuerdo formal con multa

Tabla 17: Expresiones relacionadas con las estrategias con acuerdo cliente I y proveedor

Proveedor	Cliente I			
	Cumple		No cumple	
Cumple	$V=VAN(P)c/a$	$V=VAN(CI)c/a$	$V=VA$ (indemnización) + VOI (CII) sin acuerdo	$V=VAN(\text{penalidad}) CI - VAN(CI)s/a$
No cumple	$V=VAN(\text{penalidad}) P - VOI (CII)$ sin acuerdo = $\Delta(VI-VII)$	$V=VA$ (indemnización)- $VAN(CI)c/a$	$V=si(VOI(II/I)>0; VOI(II),VO(I))$	$V=si(VOI(II/I)>0; - (VA(I) s/a); VA(I)s/a-VA(I)c/a$

Tabla 18: Valores actuales de las estrategias con acuerdo cliente I y proveedor

Proveedor	Cliente I			
	Cumple		No cumple	
Cumple	\$ 8.060.000,00	\$ 3.804.000,00	\$ 9.850.775,00	\$ -13.314.000,00
No cumple	\$ -4.984.825,00	\$ 1.521.600,00	\$ 340.775,00	\$ -5.325.600,00

El equilibrio de Nash <sup>11</sup> y estrategia dominante se encuentra dado por el cumplimiento del acuerdo, incentivado por la activación de multas frente al incumplimiento. Incluso en el cuadrante No cumple (P) No cumple (CI) el flujo del proveedor es positivo, dado por el valor de la opción de intercambio, en este caso elegible el cliente II sobre I. Pero para este no es una situación deseable, puesto que cumplir (\$ 9.850.775) es preferible a no cumplir y ejercer la opción de intercambio (\$ 340.775) o la alternativa de contratar directamente con II (\$ 4.216.375). En este estadio se anulan las multas de las partes.

b) Cliente I: sin acuerdo formal

Tabla 2: Expresiones relacionadas con las estrategias sin acuerdo cliente I y proveedor

Proveedor	Cliente I			
	Acuerdo		No cumple	
Acuerdo	$V=VAN(P) c/a$	$V=VAN(CI) c/a$	$V=-VA (P)c/a$	$V=VAN(CI)s/a$ beneficio total
No cumple	$V=VAN(P)s/a$ beneficio total	$V=-VA(CI) c/a$	$V=si(VOI(II/I)>0; VOI(II), VO(I))$	$V=si(VOI(II/I)>0; -(VA(I) s/a); VA(I) s/a$

Tabla 20: Valores actuales de las estrategias sin acuerdo cliente I y proveedor

Proveedor	Cliente I			
	Acuerdo		No cumple	
Acuerdo	\$ 8.060.000,00	\$ 3.804.000,00	\$ -1.403.000,00	\$ 6.657.000,00
No cumple	\$ 9.201.200,00	\$ -3.804.000,00	\$ 4.216.375,00	\$ -5.325.600,00

En este caso, el equilibrio se da en el no acordar, al existir la amenaza de acuerdo con el cliente II, el cliente I tiene incentivos de acuerdo. No obstante, si compromiso formal ni penalidades, el proveedor tiene incentivos de no acuerdo con I ejerciendo la opción de intercambio, acordando con II (\$ 4.216.375) y originando una pérdida en I por la no provisión del servicio (-\$ 5.325.600). El acuerdo entre las partes (\$ 8.060.000; \$ 3.804.000) es un equilibrio débil ante la ausencia de penalidades, el no cumplimiento representa un equilibrio de pánico, en particular para el proveedor.

<sup>11</sup> En alusión al autor en la resolución de juegos de defección como el clásico dilema del prisionero (Nash, 1953).



c) *Cliente II: acuerdo formal con multa*

Tabla 21: *Expresiones relacionadas con las estrategias con acuerdo cliente II y proveedor*

Proveedor	Cliente II			
	Cumple		No cumple	
Cumple	$V=VAN(P)c/a$	$V=VAN(CII)c/a$	$V=VA$ (indemnización) + $VOI$ (CII) sin acuerdo= $\Delta(VI-VII)$	$V=VAN$ (penalidad) CI- $VAN(CII)s/a$
No cumple	$V=VAN$ (penalidad) P- $VOI$ (CI) sin acuerdo= $\Delta(VI-VII)$	$V=VA$ (indemnización)- $VAN(CII)c/a$	$V=si(VOI(II)/I>0; VOII(II),VO(I))$	$V=si(VOI(II)/I>0; (VA(II) s/a-c/a); -VA(II)s/a$

Tabla 22: *Valores actuales de las estrategias con acuerdo cliente II y proveedor*

Proveedor	Cliente II			
	Cumple		No cumple	
Cumple	\$ 10.437.500,00	\$ 8.717.500,00	\$ 8.931.475,00	\$ -554.750,00
No cumple	\$ -9.502.075,00	\$ 443.800,00	\$ -340.775,00	\$ -895.250,00

Igual que aconteció con el cliente I, el equilibrio de Nash y estrategia dominante se encuentra dado por el cumplimiento del acuerdo, incentivado por la activación de multas frente al incumplimiento.

d) *Cliente II: sin acuerdo formal*

Tabla 23: *Expresiones relacionadas con las estrategias sin acuerdo cliente II y proveedor*

Proveedor	Cliente II			
	Acuerdo		No cumple	
Acuerdo	$V=VAN(P) c/a$	$V=VAN(CI) c/a$	$V=-VA$ (P)c/a	$V=VAN(CI)s/a$ beneficio total
No cumple	$V=VAN(P) s/a$ beneficio total	$V=-VA(CI) c/a$	$V=si(VOI(II)/I>0; VOII(II), VO(I))$	$V=si(VOI(II)/I>0; VA(II) s/a; -VA(I)s/a$

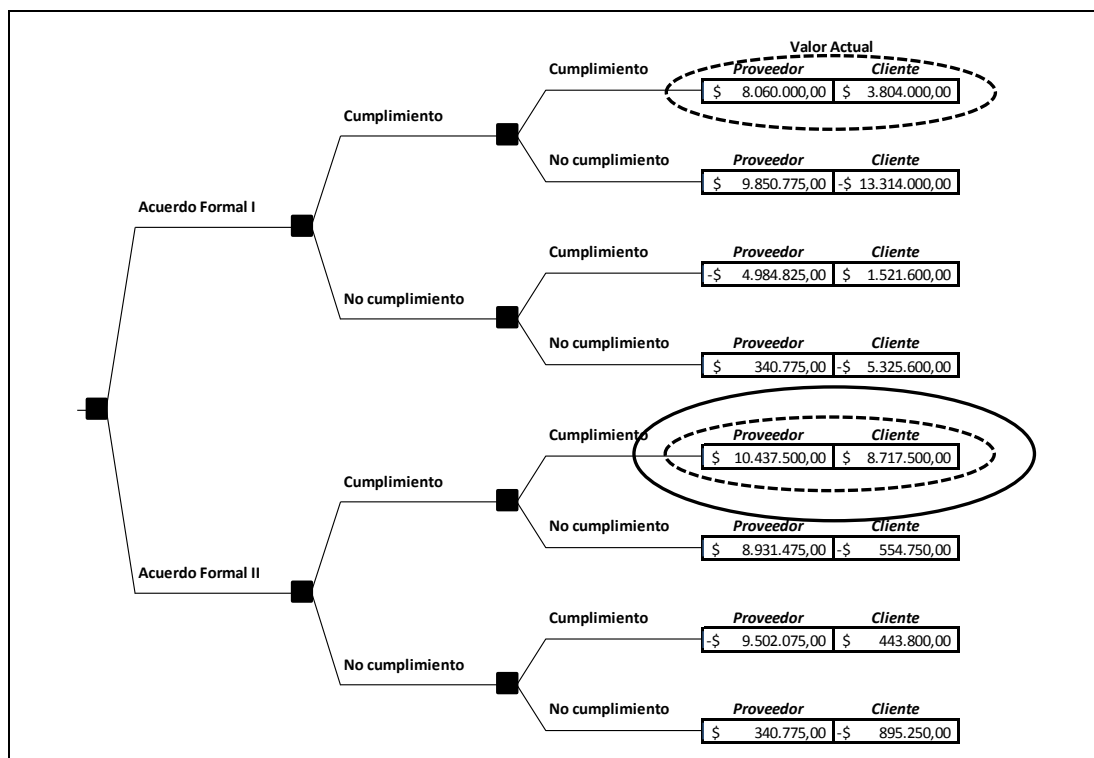
Tabla 24: Valores actuales de las estrategias sin acuerdo cliente II y proveedor

Proveedor	Cliente II			
	Acuerdo		No cumple	
Acuerdo	\$ 10.437.500,00	\$ 8.717.500,00	\$ -10.437.500,00	\$ 4.121.000,00
No cumple	\$ 8.852.500,00	\$ -8.717.500,00	\$ 4.216.375,00	\$ 7.822.250,00

El equilibrio débil se encuentra en la situación de acuerdo (\$ 10.437.500; \$ 8.717.500), pero al no existir incentivos dados por penalidades, y partiendo del supuesto de no certeza de la conducta de la contraparte,<sup>12</sup> el equilibrio de no acuerdo se presenta como dominante.

Se presenta el desarrollo extensivo correspondiente a los escenarios con acuerdo formal y sin acuerdo formal. En el primer caso, las estrategias dominantes implican el acuerdo formal con penalidades que inducen la conducta de las partes al cumplimiento. En el caso del proveedor, siendo excluyente la elección del contratante, se inclinará por suscribir un acuerdo con el cliente II. Esto es producto del mayor valor actual derivado de acordar con el mismo (V(CII) \$ 10.437.500 > VA(CI) \$ 8.060.000).

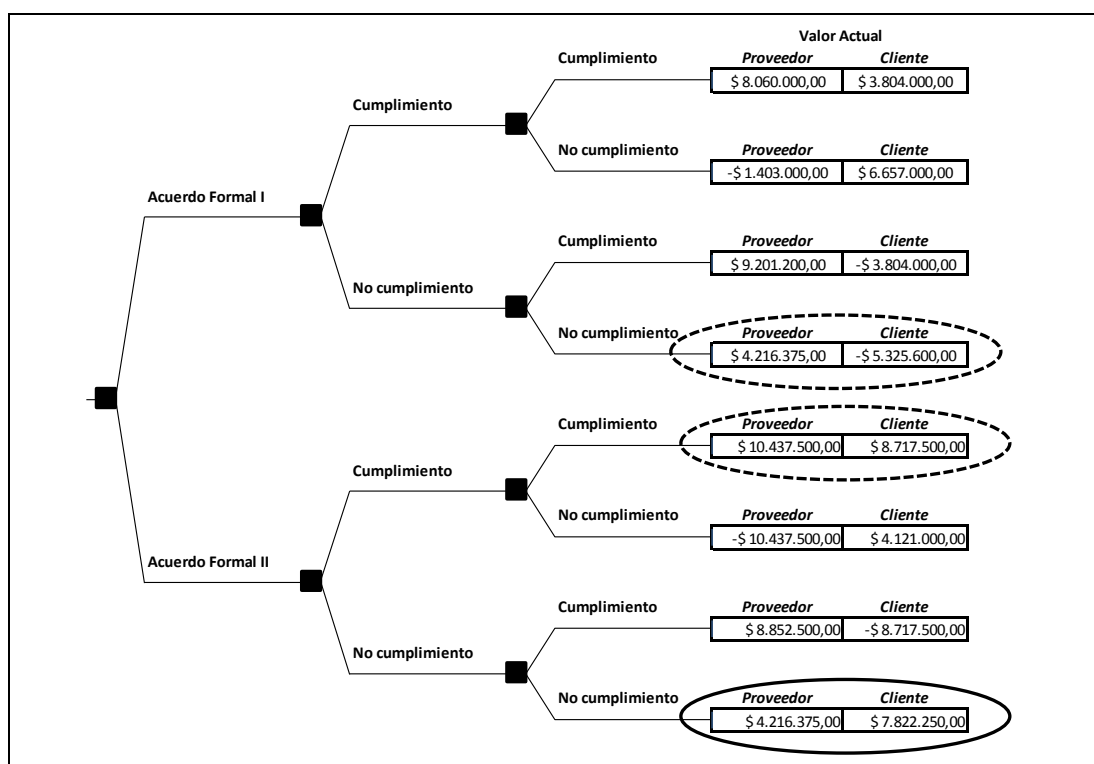
Ilustración 1: Resolución extensiva proveedor – cliente con acuerdo formal



<sup>12</sup> Al ser un juego de defección el acuerdo tiende a ser superado por el equilibrio de pánico.

A continuación, se presenta el desarrollo extensivo correspondiente a los escenarios con acuerdo formal y sin acuerdo formal. En el primer caso, las estrategias dominantes implican el acuerdo formal con penalidades que inducen la conducta de las partes al cumplimiento. El óvalo punteado representa el equilibrio para cada cliente, la línea continua indica la solución de equilibrio para el proveedor, incentivando a un acuerdo con el cliente II. La siguiente ilustración se presenta el desarrollo extensivo sin acuerdo formal. Con línea punteada se presenta el equilibrio fuerte *panic equilibrium* correspondiente al cliente I. En relación al cliente II el óvalo punteado presenta el equilibrio débil de acuerdo no formal. La línea continua expone el equilibrio fuerte para el cliente II, como la elección del proveedor de contratar con este. Dicha situación encuentra su fundamento en el resultado de la opción de intercambio.

Ilustración 2: Resolución extensiva proveedor – cliente sin acuerdo formal



## 5. Conclusiones

Analizar las relaciones económico-jurídicas que emergen de contratos económicos requiere de herramientas capaces de valorar corrientes estocásticas de beneficios, flexibilidad estratégica y potenciales conductas de los agentes. En la arquitectura de los contratos, el componente jurídico debe complementarse con el análisis económico-financiero.

Los modelos de opciones reales y teoría de juegos incorporan los factores intrínsecos y exógenos derivados de las fuentes de incertidumbre a la que se exponen las partes. En tal sentido, el modelo propuesto permite cuantificar el valor de la corriente de beneficios para los escenarios de acuerdo formal y colaboración informal. Para estos escenarios se incorpora el

proceso de negociación del precio y apropiación de márgenes de ganancia. Asimismo, desde la perspectiva del proveedor, para la situación de colaboración informal, se incorpora el valor estratégico derivado de la opción de intercambio de clientes. El juego colaborativo plasmado en un acuerdo formal de provisión de servicios representa una mejor situación para las partes. Se debe incentivar la conducta colaborativa incorporando penalidades económicas.

El trabajo, aplicando la teoría de opciones reales, aporta un modelo numérico para la estimación de penalidades. La multa para el proveedor y los clientes siguen la lógica de máximo valor entre el beneficio obtenido derivado del incumplimiento y el perjuicio generado a la contraparte. Dado el caso analizado, las características de los agentes, contratos de prestación de servicios, precios y poder de negociación, la estrategia dominante y equilibrio de Nash es el acuerdo con penalidades.

Sin formalización del acuerdo, existe un equilibrio de pánico, donde las partes tienden al incumplimiento. En el caso analizado, implica para el proveedor, la prestación sin acuerdo de precios con el cliente II. Esto es así, puesto que el modelo planteado presenta la capacidad de calcular el valor estratégico de la opción de intercambio que posee el proveedor, en el marco de la teoría de juegos y opciones reales.

## REFERENCIAS

- Armada, M., Kryzanowski, L. & Pereira, P. (2011). *Optimal investment decisions for two positioned firms competing in a duopoly market with hidden competitors*. European Financial Management, 17 (2): 305-330.
- Axelrod, R. (1986). *La evolución de la cooperación*. Alianza
- Boyer, M., Laserrere, P. & Moreaux, M. (2012). *A dynamic duopoly investment game without commitment under uncertainty market expansion*. International Journal of Industrial Organization, 30: 663-681
- Castro Monge, E. (2010). *El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas*. Revista Nacional de Administración, 2 (1): 31-54
- Cox, J., Ross, S. & Rubinstein, M. (1979). *Option pricing: A simplified approach*. Journal of Financial Economics, 7 (3): 229-263
- Dixit, A. & Pindyck, R. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton University Press
- Fudenberg, D. & Tirole, J. (1985). *Preemption and rent equalization in the adoption of new technology*. Review of Economics Studies, 52 (3): 383-401
- Ghemawat, P. & Nalebuff, B. (1985). *Exit*. Journal of Economics, 16 (2): 184-194
- Giglio, M. (2018). *Actualidad de los agentes de sostén*. Petrotecnia, 26-35. Recuperado el 15 de marzo de 2021, de [http://www.petrotecnia.com.ar/Petro\\_1\\_18/Actualidad.pdf](http://www.petrotecnia.com.ar/Petro_1_18/Actualidad.pdf)
- Graham, J. (2011). *Strategic real options under asymmetric information*. Journal of Economics and Dynamic Control, 35 (6): 922-934
- Grenadier, S. (1996). *The strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real state markets*. Journal of Finance, 51 (5): 1653-1679
- Grenadier, S. (2000). *Options exercise games: The intersection of real options and game theory*. Journal of Applied Corporate Finance, 13 (2): 99-107
- Grenadier, S. (2002). *Option exercise games: An application to the equilibrium investment strategies of firms*. Review of Financial Studies, 15 (3): 691-721

- Guintis, H. (2009). *Game theory evolving*, 2<sup>nd</sup> Ed. Princeton University Press
- Hsu, Y. & Lambrecht, B. (2007). *Pre-emptive patenting under uncertainty and asymmetric information*. Annals of Operations Research, 151 (1): 5-28
- Kreps, D. (1982). *Rational cooperation in finitely repeated prisoners' dilemmas*. Journal of Economic Theory, 27: 245-252
- Kulatilaka, N. & Perotti, E. (1998). *Strategic growth options*. Management Science, 44 (8): 1021-1031
- Lambrecht, B. (2001). *The impact of debt financing on entry and exit in duopoly*. Review of Financial Studies, 14 (3): 765-804
- Milanesi, G. y Thomé F. (2015). *Un modelo consolidado de opciones reales, teoría de juegos y análisis de costos de transacción para el diseño de acuerdos contractuales*. Revista de Economía Política de Buenos Aires, 14: 59-81
- Murto, P. (2004). *Exit in duopoly under uncertainty*. Journal of Economics, 35 (1): 111-127
- Nash, J. (1953). *Two-person cooperative games*. Econometrica, 21 (1): 128-140
- Pawlina, G. & Kort, P. (2006). *Real options in an asymmetric duopoly: Who benefits from your competitive disadvantage?* Journal of Economics and Management Strategy, 15 (1): 1-35
- Paxson, D. & Melmane, A. (2009). *Multi factor competitive internet strategy evaluations: Search expansion, portal synergies*. Journal of Modeling Management, 4 (3): 249-273
- Paxson, D. & Pinto, H. (2005). *Rivalry under price and quantity uncertainty*. Review of Financial Economics, 14 (3-4): 209-224
- Peñaranda, V. (2014). *Arenas más allá del acatamiento de las normas*. Petrotecnia, 66-81. Recuperado el 08 de marzo de 2021, de <http://www.petrotecnia.com.ar/junio14/Petro/Arenas.pdf>
- Smit, H. (2003). *Infrastructure investment as a real options game: The case of European airport expansion*. Financial Management, 32 (4): 5-35
- Smit, H. & Ankum, L. (1993). *A real options and game-theoretic approach to corporate investment strategy under competition*. Financial Management, 22 (3): 241-250
- Smit, H. & Trigeorgis, L. (2004). *Strategic investment: Real options and games*. Princeton University Press
- Thijssen, J. (2010). *Preemption in a real option game with a first mover advantage and a player-specific uncertainty*. Journal of Economic Theory, 145 (6): 2448-2462