

43 Jornadas Nacionales de Administración Financiera
Septiembre 21 y 22, 2023

Valoración de estrategias de inversión

Opciones reales multino- miales con dos variables de estado y teoría de juegos

Gastón S. Milanesi

Universidad Nacional del Sur

SUMARIO

1. Introducción
2. El modelo
3. Análisis de caso: Compra o diferi-
miento yacimiento para la producción
de litio
4. Resultados obtenidos
5. Conclusiones

Para comentarios:
milanesi@uns.edu.ar

Resumen

Analizar y valorar estrategias implica considerar incertidumbres emergentes de las decisiones del agente, estados de la naturaleza y las acciones de terceros. El modelo a utilizar debe ser capaz de recrear las contingencias mencionadas para que sus resultados informen los cursos de acción de mayor valor actual. En este ensayo se propone un modelo analítico simple para cuantificar las múltiples fuentes de riesgo, combinando teoría de juegos y opciones reales. Se evalúan las estrategias de compra o diferimiento con un modelo multinomial modificado de dos variables de estado. Los resultados obtenidos se emplean en una negociación modelada matricialmente en un juego simple no recurrente. Aplicando la metodología de casos en administración se analiza una estrategia de integración horizontal y expansión en la elaboración de cloruro de litio en la República Argentina.

1. Introducción

La formulación de estrategias y el estudio de las decisiones secuenciales implicadas pueden ser implica el desarrollo de modelos analíticos que capturen todos los tipos de incertidumbre y fuentes de riesgo a la cual se expone el agente decisor. El análisis debe comprender tres tipos de riesgo: los clásicos riesgos emergentes de los estados de la naturaleza, fuera del campo de acción de quien decide, los derivados de las propias decisiones del agente, finalmente los riesgos de las posibles acciones seleccionadas por los competidores y otros agentes. El modelo de valoración tiene que ser capaz de abarcar las fuentes de incertidumbre, determinar el valor estratégico de la inversión y, frente a los intereses contrapuestos, cuantificar las conductas de los agentes involucrados. Es menester utilizar modelos analíticos derivados de las opciones reales y juegos.

La teoría de juegos brinda el marco conceptual para modelar situaciones en donde existe interdependencia en la toma de decisiones. La teoría de opciones reales proporciona modelos para valorar la flexibilidad estratégica en las decisiones de inversión. La conjunción de las teorías mencionadas da origen a dos grupos de modelos: a) Modelos simples de teoría de juego y opciones reales (SROG, *standard real options games*), b) Modelos complejos de teoría de juegos y opciones reales (NSROG, *non-standard real options games*)¹.

Los trabajos seminales correspondientes a los modelos SROG son de Smit & Ankum (1993), Dixit & Pindyck (1994), Grenadier (1996), Kulatilaka & Perotti (1998), Smit (2003) y Smit & Trigeorgis (2004). Los SROG son modelos planteados en tiempo discreto en base a modelos analíticos binomiales, con resolución matricial o extensiva en juegos de una sola etapa o secuenciales. Los modelos complejos NSROG combinan, además, de los modelos microeconómicos de las estructuras de mercado, avanzando sobre el análisis del grado de competencia,

¹ Los modelos complejos presentan dos o más variables estocásticas y las decisiones no se toman en un punto del tiempo determinado.

opciones de salidas, asimetrías entre firmas, estructuras informativas (perfectas/imperfectas), cooperación entre firmas, participación en el mercado. Puede verse, entre otros, Ghemawat & Nalebuff (1985), Fudenberg & Tirole (1986), Lambrecht (2001), Grenadier (2000)(2002), Lambrecht & Perraudin (2003), Paxson & Pinto (2003), Murto (2004), Smit & Trigeorgis (2004), Pawlina & Kort (2006), Hsu & Lambrecht (2007), Paxson & Melman (2009), Armada *et al.* (2009), Thijssen (2010), Graham (2011), Boyer *et al.* (2012).²

El planteo de juegos en estrategias permite cuantificar y justificar alianzas estratégicas, explicadas a través de conductas cooperativas. Estas permiten acceder situaciones superiores en relación a los resultados de suma cero (Axelrod, 1986). Implica promover la concreción de acuerdos estratégicos, estableciendo penalizaciones que promuevan incentivos de cumplimiento (Milanesi & Thomé, 2015; Perez *et al.*, 2022; Milanesi, 2023).

Se propone un modelo analítico de teoría de juegos y opciones reales del tipo SROG caracterizado por valorar estrategias con opciones multinomiales de dos variables de estados y recreando la negociación con un desarrollo matricial de juego no secuencial. La particularidad reside en considerar dos fuentes de incertidumbre como variables de estado. Los resultados derivados de la valoración de estrategias, su elección y condiciones de implementación permiten inferir los valores a ser negociados en el marco de un juego simple sin repetición.

El modelo se aplica en un caso de estudio sobre dos estrategias: adquirir o diferir la compra de un yacimiento de sal vinculado a la operación y producción de carbonato de litio en la región de Jujuy, en la República Argentina. El precio del litio y los posibles escenarios de producción constituyen las variables de estado y fuente de incertidumbre. La resolución y valoración de las estrategias se realiza mediante un modelo multinomial, con dos variables de estado (Boyle, 1988; Kamrad & Ritchken, 1991; Tian, 1993), modificado a los efectos de que las probabilidades de transición no sean negativas (Herath & Kumar, 2006, 2007). El modelo considera la variable aleatoria precio con volatilidad cambiante en el marco de una rejilla trinomial (Milanesi, 2022).

Con los resultados y conclusiones que surgen de la valoración de estrategias se diseña un juego sin repetición entre el comprador del yacimiento (decisor de estrategias) y el proveedor (titular del yacimiento). El objetivo es determinar el precio máximo y el piso de negociación, las potenciales conductas a la luz de equilibrio de Nash de las partes, tanto con información completa como con estrategias mixtas.

La estructura es la siguiente. En la sección 2 se desarrolla el modelo analítico multinomial de valoración estratégica y en la sección 3 se presentan las variables utilizadas para la valoración de las estrategias de compra o diferimiento de compra del yacimiento. En la sección 4 se presentan los resultados obtenidos, primero a la luz de la teoría de opciones reales y luego incorporando los pagos en un juego de negociación. En este apartado se determinan las cotas de precios y las probabilidades de indiferencia para estrategias mixtas. Finalmente se exponen las principales conclusiones.

² Un aspecto que diferencia a la pura teoría de juegos de los SROG está dado por los pagos: en el primer caso son determinísticos mientras que en el segundo se estiman mediante modelos de opciones reales. En este ensayo el modelo se plantea en tiempo discreto. En el caso de plantearse en tiempo continuo, el juego es continuo en el tiempo y los jugadores toman decisiones en cualquier momento.

2. El modelo

2.1 Rejillas trinómicas y multinómicas

En este apartado se desarrolla el modelo de valoración multinomial con dos variables de estado y volatilidad cambiante en el precio. Se trata de una combinación entre el modelo trinomial modificado KR (Kamrad & Ritchken, 1991) de una variable de estado (precio), desde $t=1$ hasta $T=n$, con volatilidad cambiante. Desde el periodo $t=1$ hasta $t=0$ la rejilla trinomial se empalma con el modelo multinomial, sumando como variable las cantidades MKR (Herath & Kumar, 2007) para dos variables de estado (precio y cantidades).

La proyección de la variable cantidad se separa en tres tramos de tiempo: Desde $t = 0 \rightarrow 1$ se plantean tres escenarios de producción: alta ($q_{(a,t)}$) media ($q_{(m,t)}$) y baja ($q_{(b,t)}$), siendo los tres escenarios posibles para el primer periodo en una rejilla trinomial. Seguidamente, para cada escenario en el intervalo de tiempo que va de $t = 1 \rightarrow 5$, se supone que las cantidades evolucionan determinística, a partir de las características de cada escenario. Finalmente, desde $t = 5 \rightarrow 31$ se supone estabilización de las cantidades. Los escenarios presentan la misma pendiente μ_q y volatilidad σ_q .

La proyección del precio del bien se divide en dos tramos: Desde $t = 1 \rightarrow 5$ se proyecta trinomial con volatilidades variables por año. A partir de $t = 5 \rightarrow 31$ se supone que el precio se estabiliza. El proceso estocástico del precio se describe con pendiente μ_p y volatilidad cambiante. La volatilidad supone el siguiente comportamiento:

$$\sigma_{p(\max(t=1))} > \sigma_{p(t=2)} > \sigma_{p(t=3)} > \sigma_{p(t=4 \rightarrow \infty)}$$

siendo el primer periodo el de máxima volatilidad.

El desarrollo de la rejilla trinomial con una sola variable de estado sigue el modelo KR de Kamrad & Ritchken (1991), con ajuste en el parámetro λ (Herath & Kumar, 2007), conocido como MKR. La única variable aleatoria desde $t = 1 \rightarrow 5$ es el precio, puesto que las cantidades producidas presentan un comportamiento determinístico a partir de los escenarios proyectados.

A partir del periodo $t=1$ hasta el presente las variables son dos combinando escenarios de producción y precio. La resolución analítica se realiza mediante rejillas multinómicas con dos variables de estado, de aquí en adelante precio $\zeta^p(t = 1)$ y cantidades $\zeta^q(t = 1)$.

2.2 Desarrollo del modelo para una variable de estado (precio)

Adaptar el modelo a casos concretos requiere incorporar un conjunto de ecuaciones para estimar, utilizando rejillas trinómicas y multinómicas, flujos de fondos libres y el valor del proyecto acorde a las estrategias planteadas. Seguidamente se presentan el conjunto de ecuaciones. La secuencia lógica de su aplicación se detalla en el apartado 2.4, ilustraciones 1 y 2.

La ecuación 1 se utiliza para calcular los flujos de fondos libres correspondientes a cada escenario de producción.

$$\zeta(\text{FFL})_{(t)} = \{[(\zeta^p(t) \times q_{(e,t)}) \times (1 - \%C_{(a,s)})] \times (1 - \tau)\} \quad \text{Ec 1}$$

Donde $\%C_{(a,s)}$ representa el porcentaje de los costos de operación sobre ingresos. El subíndice indica si los costos corresponden a la estrategia de adquirir (*a*) o diferir la adquisición (*s*).

Las cantidades proyectadas para cada escenario se representan por la variable $q_{(e,t)}$. En este caso el único componente estocástico es el precio $\zeta^p(t)$, extendiéndose en su aplicación desde $t = 1 \rightarrow \infty$. El subíndice (*e*) indica los diferentes escenarios de producción: alta, media y baja. Finalmente, la variable τ representa la tasa de impuesto a las ganancias.³ La variable $\zeta^p(t)$ sigue un proceso de trinomial, adoptando tres estados (ecuación 2).

$$\zeta^p(t) = \begin{cases} u \text{ con probabilidad } p_u^{\sigma(t)} \\ m \text{ con probabilidad } p_m^{\sigma(t)} \\ d \text{ con probabilidad } p_d^{\sigma(t)} \end{cases} \quad Ec 2$$

El movimiento ascendente responde a la siguiente expresión

$$u = e^{\lambda\sigma\sqrt{t}} \quad Ec 3$$

El movimiento descendente se obtiene de la expresión $d = 1/u$ y la centralidad determinada por $m = u \cdot d = 1$. El coeficiente de variación correspondiente a la variable precio es $1/\theta$, donde $\theta = \mu_p/\sigma_{p\max(t=1)}$.

El modelo KR no provee un camino explícito para seleccionar el valor de λ , impuesto arbitrariamente. Los problemas derivados de establecer un valor ad-hoc para λ son: (a) no se garantiza un conjunto confiable de probabilidades, (b) el valor de las probabilidades depende de cuánto impacte λ sobre el valor de la opción. El MKR para una variable de estado, subsana los inconvenientes, asegurando un conjunto de probabilidades positivas ($0 \leq p_i \leq 1$). Para ello se impone la siguiente condición sobre el parámetro debe λ :

$$\sqrt{1 + \theta^2\Delta t} \leq \lambda \leq \frac{1 + \theta^2\Delta t}{\theta\sqrt{\Delta t}} \quad Ec 4$$

Aplicando la ecuación 4 y la restricción de que $\sum p_i^{\sigma(t)}=1$, se obtienen las expresiones correspondientes a las probabilidades de transición para el periodo $t=1 \rightarrow 2$, considerado de máxima volatilidad:

$$p_u^{\sigma\max(t=1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\lambda^2} + \frac{\theta\sqrt{\Delta t}}{\lambda} + \frac{\theta^2\Delta t}{\lambda^2} \right] \quad Ec 5.1$$

$$p_m^{\sigma\max(t=1)} = 1 - \left[\frac{1}{\lambda^2} + \frac{\theta^2\Delta t}{\lambda^2} \right] \quad Ec 5.2$$

$$p_d^{\sigma\max(t=1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\lambda^2} + \frac{\theta\sqrt{\Delta t}}{\lambda} + \frac{\theta^2\Delta t}{\lambda^2} \right] \quad Ec 5.3$$

Las volatilidades de periodos intermedios $\sigma_{p(t=2)}$, $\sigma_{p(t=3)}$, $\sigma_{p(t=4 \rightarrow \infty)}$ implican probabilidades de transición ajustadas (Haahtela, 2010, 2011; Milanese, 2022). A partir de las ecuaciones 5.1, 5.2 y 5.3 se derivan las correspondientes ecuaciones para los coeficientes,

³ Para recrear el comportamiento estocástico del flujo de fondos y el valor de continuidad se toma una solución similar a la planteada por Smith (2005).

$$p_u^{\sigma(t)} = p_u^{\sigma_{\max}(t=1)} \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_{p_{\max}(t=1)}} \right)^2 \quad \text{Ec 6.1}$$

$$p_m^{\sigma(t)} = p_m^{\sigma_{\max}(t=1)} \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_{p_{\max}(t=1)}} \right)^2 \quad \text{Ec 6.2}$$

$$p_d^{\sigma(t)} = p_d^{\sigma_{\max}(t=1)} \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_{p_{\max}(t=1)}} \right)^2 \quad \text{Ec 6.3}$$

El horizonte explícito de proyección se extiende desde $t = 1$ hasta $t = 5$. Desde dicho periodo hasta el final de la vida útil del yacimiento se supone estabilidad de precios y cantidades para cada escenario $t = 5 \rightarrow 31$. En efecto el precio se estabiliza en el valor alcanzado para cada nodo $\zeta^p(t = 5)$. El valor del proyecto en cada nodo, por escenario, en $t = 5$, actualizado desde dicho momento hasta $t = 31$ es obtenido con la ecuación 7.

$$\zeta(V)_{(t=5)} = \left\{ \left[\left(\zeta^p(t = 5) \times q_{(e,t=5)} \right) \times (1 - \%C_{(a,s)}) \right] \times (1 - \tau) \right\} \\ \times \left[\frac{(1 + r)^{(T-t)} - 1}{(1 + r)^{(T-t)} \times r} \right] \quad \text{Ec 7}$$

En la ecuación 7 se emplea la tasa libre de riesgo (r) como tasa de actualización, ya que el precio es el componente estocástico en los $(n \times 2) + 1$ nodos de la rejilla por escenario de producción. En la ecuación T representa el horizonte final y t el quinto año.

Las estrategias a valorar son dos: a) adquirir el yacimiento en t , con un nivel de inversión (I_5) e inversión inicial en operaciones (i_0); b) adquirir el yacimiento al inicio con un nivel de inversión (I_0). La primera estrategia contiene el ejercicio de la opción de compra para el horizonte t . La expresión utilizada es:

$$\zeta(\text{VOR})_{(t=5)} = \text{Max} \left\{ \left[\zeta(V)_{(a,t=5)} - I_5 \right]; \left[\zeta(V)_{(s,t=5)} \right] \right\} \quad \text{Ec 8}$$

La ecuación indica el valor al ejercicio de la opción $\zeta(\text{VOR})_{(t=5)}$. Este surge del máximo valor entre el ejercicio de compra del yacimiento $\zeta(V)_{(a,t=5)} - I_5$ y continuar con las operaciones $\zeta(V)_{(s,t=5)}$. El subíndice indica el valor de los costos empleados en los flujos actualizados desde t hasta T . En el caso de adquirir el yacimiento (a), se elimina el costo relacionado con la compra del insumo. Si no se adquiere el yacimiento (s) se mantienen los costos de operaciones empleados en el cálculo del flujo de fondos desde $t=5$ hasta $t=1$.

Estimado el valor de la opción, la resolución de rejilla es recursiva desde $t=5$ hasta $t=1$. Las probabilidades de transición son: desde $t=5$ hasta $t=2$, las ecuaciones 6.1, 6.2 y 6.3; y desde $t=2$ hasta $t=1$ las ecuaciones 5.1, 5.2 y 5.3.

$$\zeta(\text{VOR})_{(t5..t1)} = \left\{ \left[p_u^{\sigma(t)} \times (\text{VOR})_{(u,t+1)} + p_m^{\sigma(t)} \times (\text{VOR})_{(m,t+1)} + p_d^{\sigma(t)} \right. \right. \\ \left. \left. \times (\text{VOR})_{(d,t+1)} \right] \times e^{-r} + \zeta(\text{FFL})_{(s,t)} \right\} \quad \text{Ec 9}$$

La ecuación 9 se utiliza para establecer el valor actual en cada periodo y nodo a partir del valor obtenido en la ecuación 8. Se obtiene mediante las probabilidades de transición del periodo, el valor correspondiente a cada nodo del periodo posterior ($t + 1$), actualizado a la tasa libre de riesgo (e^{-r}); más el flujo de fondos correspondiente al periodo $\zeta(\text{FFL})_{(s,t)}$. El subíndice

s indica que los flujos de fondos son obtenidos computando costos sin adquisición $\%C_{(s)}$, puesto que la compra del yacimiento se ejerce en t (año 5).

La valoración de la estrategia alternativa (compra del yacimiento en $t=0$), requiere resolver recursivamente la rejilla trinomial construida con los flujos de fondos $\zeta(\text{FFL})_{(a,t)}$ y valor (V) obtenido en $t=5$, estimado con la estructura de costos con adquisición $\%C_{(a)}$, mediante la ecuación 7. La resolución recursiva implica utilizar la siguiente expresión,

$$\zeta(V)_{(t5..t1)} = \left\{ \left[p_u^{\sigma(t)} \times (V)_{(u,t+1)} + p_m^{\sigma(t)} \times (V)_{(m,t+1)} + p_d^{\sigma(t)} \times (V)_{(d,t+1)} \right] \times e^{-r} + \zeta(\text{FFL})_{(a,t)} \right\} \quad \text{Ec 10}$$

Como en el caso anterior, la ecuación 10 se emplea en el cálculo del valor actual para cada periodo y nodo, a partir del valor obtenido en la ecuación 7. Son utilizadas probabilidades de transición del periodo, el valor correspondiente a cada nodo del periodo posterior ($t+1$), actualizado a la tasa libre de riesgo (e^{-r}); más el flujo de fondos correspondiente al periodo $\zeta(\text{FFL})_{(a,t)}$. El subíndice s indica que los flujos de fondos son obtenidos computando costos con adquisición $\%C_{(a)}$.

En resumen, las ecuaciones 9 y 10 son aplicadas para resolver los nodos contenidos dentro del intervalo de tiempo que va desde $t=5$ hasta $t=1$, con única variable de estado en cada escenario dada por el precio.

2.3 Desarrollo del modelo para dos variables de estado (precio y cantidades)

El siguiente paso consiste en determinar el valor actual de cada estrategia. Implica el desafío de combinar dos variables de estado: precio y cantidades desde el momento $t=1$ hasta $t=0$. Para ello se plantean los diferentes estados de cada variable y los parámetros para obtener los coeficientes equivalentes ciertos, acorde con el modelo MKR. Los estados que pueden adoptar precio y cantidades se muestran en la tabla 1.

Tabla 1: Diferentes estados correspondientes a las variables precio y cantidades

ζ_1^P	ζ_1^Q	p
$\zeta_1^P(u)$	$\zeta_1^Q(u)$	p_1
$\zeta_1^P(u)$	$\zeta_1^Q(d)$	p_2
$\zeta_1^P(d)$	$\zeta_1^Q(d)$	p_3
$\zeta_1^P(d)$	$\zeta_1^Q(u)$	p_4
$\zeta_1^P(m)$	$\zeta_1^Q(m)$	p_5

Cada variable en $t=1$, precio ζ_1^P y cantidad ζ_1^Q presentan movimientos ascendente ($u_i = e^{\lambda_i \sigma_i \sqrt{\tau}}$), descendente ($d = 1/u_i$) o centralidad $m_i = u_i \cdot d_i = 1$. Cada variable contiene su coeficiente de variación, igual a $1/\theta_i$, siendo $\theta = \mu_i/\sigma_i$. Las variables precedentes permiten derivar los parámetros λ_1 y λ_2 , cuyas condiciones de borde son,

$$\lambda_1 = \sqrt{1 + \theta_1^2 \Delta t} \quad \text{Ec 11.1}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{\sqrt{1 + \theta_2^2 \Delta t}}{\sqrt{1 + \theta_1^2 \Delta t}} \quad \text{Ec 11.2}$$

Consecuentemente las probabilidades de transición resultan ser las siguientes:

$$p_1 = \frac{1}{4} \left[\frac{\theta_1 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_1} + \frac{\theta_2 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_2} + \frac{1 + \theta_1^2 \Delta t}{\lambda_1^2} + \frac{\rho + \theta_1 \theta_2 \Delta t}{\lambda_1 \lambda_2} \right] \quad \text{Ec 12.1}$$

$$p_2 = \frac{1}{4} \left[\frac{\theta_1 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_1} - \frac{\theta_2 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_2} + \frac{1 + \theta_1^2 \Delta t}{\lambda_1^2} - \frac{\rho + \theta_1 \theta_2 \Delta t}{\lambda_1 \lambda_2} \right] \quad \text{Ec 12.2}$$

$$p_3 = \frac{1}{4} \left[-\frac{\theta_1 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_1} - \frac{\theta_2 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_2} + \frac{1 + \theta_1^2 \Delta t}{\lambda_1^2} + \frac{\rho + \theta_1 \theta_2 \Delta t}{\lambda_1 \lambda_2} \right] \quad \text{Ec 12.3}$$

$$p_4 = \frac{1}{4} \left[-\frac{\theta_1 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_1} + \frac{\theta_2 \sqrt{\Delta t}}{\lambda_2} + \frac{1 + \theta_1^2 \Delta t}{\lambda_1^2} - \frac{\rho + \theta_1 \theta_2 \Delta t}{\lambda_1 \lambda_2} \right] \quad \text{Ec 12.4}$$

$$p_5 = 1 - \left[\frac{1 + \theta_1^2 \Delta t}{\lambda_1^2} \right] \quad \text{Ec 12.5}$$

En este caso las variables de estado no son independientes, se encuentran correlacionadas donde ρ representa el coeficiente de correlación entre las fuentes de incertidumbre. La valoración de la primer estrategia se realiza a partir de la ecuación 9, mediante el valor de los 3 nodos en $t=1$ cuya variable aleatoria es $\zeta_1^P = \zeta_1^{P(u)}, \zeta_1^{P(m)}, \zeta_1^{P(d)}$ y las cantidades expresadas en tres escenarios $\zeta_1^q = \zeta_1^{q(u)}, \zeta_1^{q(m)}, \zeta_1^{q(d)}$. En este caso, el modelo multinomial con dos variables de estado presenta cinco nodos a partir de combinar los escenarios de precio y cantidades. El valor actual de la estrategia de no invertir y diferir se calcula con la ecuación 13, en donde i_o representa la inversión operativa.

$$\begin{aligned} \text{VOR}_{(t=0)} = \{ & [\text{VOR}_{(uu,t=1)} \times p_{uu}^1 + \text{VOR}_{(ud,t=1)} \times p_{ud}^2 + \text{VOR}_{(dd,t=1)} \\ & \times p_{dd}^3 + \text{VOR}_{(du,t=1)} \times p_{du}^4 + \text{VOR}_{(mm,t=1)} \times p_{mm}^5] \\ & \times e^{-r} \} - i_o \end{aligned} \quad \text{Ec 13}$$

Los mismos criterios se aplican para la valoración de la estrategia 2. En el caso de adquisición el valor actual de la estrategia se obtiene mediante la ecuación 14, donde I_o representa el valor de adquisición.

$$\begin{aligned} V_{(t=0)} = \{ & [V_{(uu,t=1)} \times p_{uu}^1 + V_{(ud,t=1)} \times p_{ud}^2 + V_{(dd,t=1)} \times p_{dd}^3 + V_{(du,t=1)} \\ & \times p_{du}^4 + V_{(mm,t=1)} \times p_{mm}^5] \times e^{-r} \} - I_o \end{aligned} \quad \text{Ec 14}$$

Finalmente, la elección entre ambas estrategias obedece a lógica expuesta en la ecuación 15. La elección de la estrategia $D(0)$ será función del valor dada la información disponible presente.

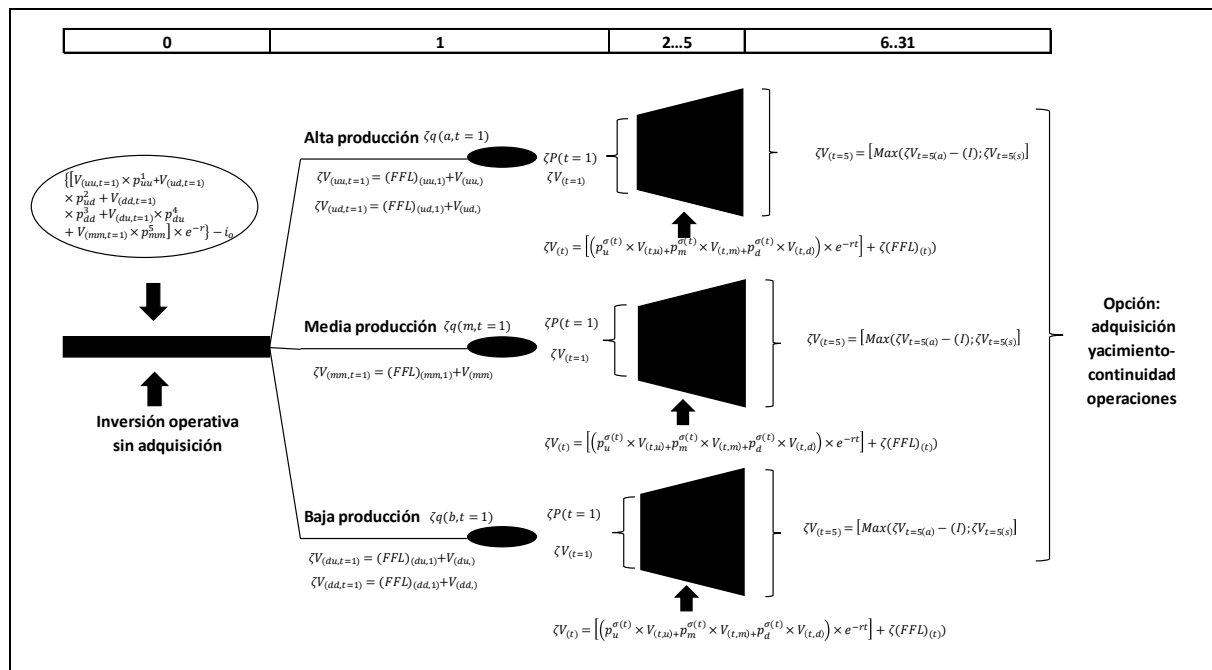
$$D(0) = \text{Max}[V_{(t=0)}, \text{VOR}_{(t=0)}]$$

Ec 15

2.4 Mapa gráfico para la valoración de estrategias: modelo multinomial con dos variables de estados correlacionadas y volatilidad cambiante precio

El primer gráfico presenta el mapa conceptual y las ecuaciones empleadas para valorar la estrategia 1. El planteo consiste en no adquirir y reservar la opción de compra con precio de ejercicio equivalente al valor actual del yacimiento más la tasa de interés de corto. El modelo consta de tres etapas de proyección: desde t=5..31 se suponen tres escenarios de producción (alta, media y baja) estabilizados. En el periodo t=5 se produce el ejercicio de la opción de compra o continuar adquiriendo el insumo del yacimiento para cada escenario de producción. Desde t=5 hasta t=1 cada escenario se desarrolla recursiva como una rejilla trinomial compartiendo la misma variable de estado (Precio) con volatilidad cambiante, ajustado al flujo del periodo. A partir de t=1 hasta t=0 el modelo es multinomial, pues existen dos fuentes de incertidumbre: precio y cantidades.

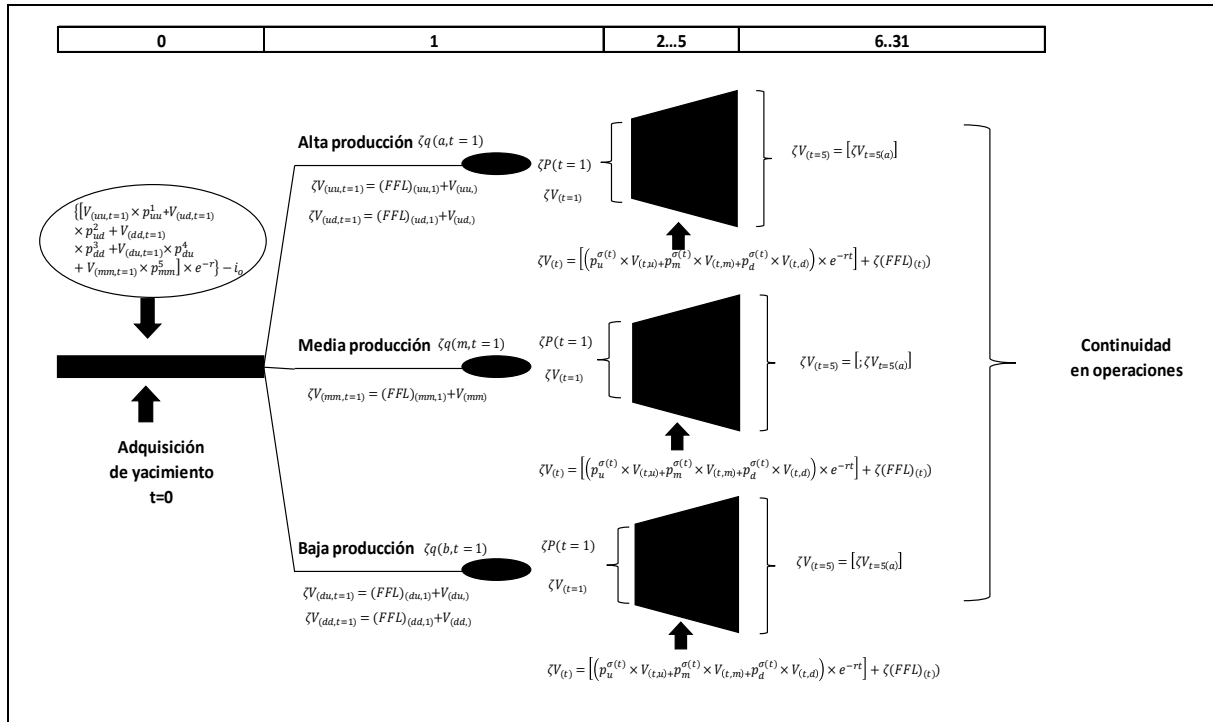
Ilustración 1: Proceso de valoración estrategia 1. Diferimiento de adquisición – continuidad de operaciones



El gráfico en la ilustración 2 representa la estrategia de compra y las expresiones utilizadas para su valuación. El planteo es similar al caso anterior, difiriendo de la no existencia de flexibilidad estratégica en t=5 e inversión irreversible en t=0. Nuevamente, el modelo consta de tres etapas de proyección: desde t=5 a 31 se suponen tres escenarios de producción (alta, media y baja) estabilizados. Desde t=5 hasta t=1 cada escenario se plantea como una rejilla trinomial compartiendo la misma variable de estado (Precio) con volatilidad cambiante, ajustado al flujo

y valor a las cantidades proyectadas. Desde t=1 hasta t=0 es multinomial, pues existen dos fuentes de incertidumbre: precio y cantidades.

Ilustración 2: Proceso de valoración estrategia 2. Adquisición – continuidad de operaciones



3. Análisis de caso: Compra o diferimiento de yacimiento para la producción de litio

Con el fin de ilustrar el funcionamiento del modelo desarrollado en el apartado anterior, se emplea la metodología de caso de estudio en administración (Castro Monge, 2010). Este se centra en el análisis de la opción de inversión o diferimiento en un yacimiento a partir de una estrategia de expansión con integración vertical, incrementando la capacidad productiva de carbonato de litio. La localización del proyecto es la provincia de Jujuy, Argentina. Actualmente el concesionario se encuentra produciendo y exportando carbonato de litio. La capacidad total actual de procesamiento de la planta es de 17.500 toneladas de carbonato de litio. Se proyecta una expansión en la capacidad productiva con 25.000 toneladas adicionales por año a partir de la provisión de salmuera de un yacimiento lindante con a la planta. El incremento en la capacidad productiva conlleva las siguientes estrategias en relación al yacimiento proveedor de salmuera:

1. Comprar la salmuera proveniente del yacimiento, con opción de compra de la concesión en el quinto año.
2. Adquirir en el presente la concesión de explotación del yacimiento.

De los estudios geológicos se estima que la vida útil del yacimiento es de 31 años. Para valorar las estrategias descritas se utilizará el modelo analítico desarrollado en el apartado anterior. Para ello es menester identificar y cuantificar valores y precios correspondientes a las variables del modelo. La siguiente tabla presenta el valor correspondiente a las inversiones en infraestructura operativa y precio de compra acorde a cada estrategia,

Tabla 2: Valores correspondientes a inversiones y gastos de infraestructura del proyecto

<i>D1: Diferir</i>	<i>T=0</i>		<i>T=5</i>	
Infraestructura	\$	97.000.000,00	\$	30.000.000,00
Compra			\$	296.074.146,34
<i>D2: Invertir</i>	<i>T=0</i>			
Infraestructura	\$	55.500.000,00		
Compra	\$	300.000.000,00		

En el caso de la primera estrategia se debe aclarar que el valor de adquisición (precio de ejercicio) en $t=5$, representa el valor actual del yacimiento capitalizado a la tasa de interés libre de riesgo (I_5) (ecuación 8). La valoración del yacimiento se encuentra desarrollada en el anexo 1 del trabajo. El valor estimado de compra e inversiones (I_0) asciende a \$300.000.000 y los costos de operación son de us\$ 55.500.000.

Existen dos fuentes de incertidumbre: el precio del litio y las cantidades producidas. Respecto del precio.⁴ La proyección del precio corresponde se realiza mediante una rejilla trinomial de cinco periodos, con pendiente negativa corrigiendo el precio hacia un valor de equilibrio⁵. En relación a cantidades y perspectivas de producción, el crecimiento exponencial de la demanda se correlaciona con cantidades incrementales en la producción global y local de litio.

⁴ En la actualidad no existen mercados desarrollados e institucionalizados que informen el precio del litio. Los datos disponibles se corresponden a valores aproximados obtenidos desde variadas fuentes de la industria, asociados a distintos compuestos, diferentes calidades y concentraciones y lugares específicos donde se producen las operaciones. Es así como el USGS (Servicio Geológico de Estados Unidos) ha publicado en sus reportes anuales más recientes, publica los precios spot del carbonato de litio y del hidróxido de litio para China (principal productor), precio promedio anual de contratos fijos de suministro del carbonato de litio grado batería en Estados Unidos y el precio spot del metal de litio (99,9% de litio) en China. En el caso de Argentina y Chile, los precios correspondientes al carbonato de litio y cloruro de litio son levemente inferiores a los negociados en Estados Unidos, en parte a la fijación de precios de transferencia entre partes relacionadas.

⁵ A la fecha del presente trabajo, si bien el precio tuvo un fuerte incremento, alcanzando los us\$ 80.000 la tonelada en enero 2023, se observa una tendencia decreciente en los valores, proyectando valores entre los us\$ 36.000 a us\$ 22.000 la tonelada para los próximos periodos. Ver <https://econojournal.com.ar/2023/03/el-precio-internacional-del-litio-bajo-mas-de-22-en-el-primer-trimestre-del-ano/> y https://www.datos.gob.ar/dataset/produccion-precios-internacionales-carbonato-litio-tablero-global-litio---siacam/archivo/produccion_e41cfefc-6404-4b5f-82b5-aa31e6eaf83

Son propuestos tres escenarios de producción son tres: bajo, medio, alto para el primer periodo.⁶ Los escenarios son punto de partida en las proyecciones desde $t=1$ hasta $t=5$ con pendiente positiva. En dicho horizonte los niveles de producción se estabilizan en máximos, hasta el final de la vida propuesta para el yacimiento. La siguiente tabla expone las variables para la construcción de las rejillas trinómicas de precio (P) y cantidades (Q).

Tabla 3: Parámetros rejilla trinomial para las variables precio y cantidades

<i>Variables rejilla multinomial</i>		
Precio/Cantidad	P	Q
μ (drift)	-2,67 %	10,00 %
σ	5,8 %	15,0 %
θ	-0,46	0,67
λ (inferior)	1,0998	1,2019
λ (superior)	2,6421	2,1667
r	4,87 %	4,87 %
u	1,0662	1,1975
d	0,9379	0,8350
m=u.d	1	1
ρ (correlación)	-0,2	

Para la proyección del precio se supone una pendiente descendiente y un comportamiento estable en relación al valor volatilidad. En lo que respecta a cantidades la pendiente se supone creciente. Los parámetros utilizados en la elaboración de rejillas trinómicas individuales (de un solo estado) u, d, m, θ y λ se obtienen con las ecuaciones 3 y 4. La correlación precio cantidades se fija en una relación negativa de -0,2.⁷

Dado los altibajos correspondientes a la serie histórica del precio del litio, el valor de inicio de proyección responde a un promedio entre las series de precio futuras desarrolladas por las consultoras Benchmarkminerals y WoodMackenzie Energy Research.⁸ En el intervalo de tiempo que va desde 2023 hasta 2054 se prevé precio estabilizado en us\$ 24.000 por tonelada. La media aritmética correspondiente al precio proyectado arroja un intervalo de valores entre us\$ 28.441 por tonelada (WoodMackenzie) y us\$ 25.594 por tonelada (Benchmarkminerals). El promedio de las estimaciones es us\$ 27.071. Este último es el que se toma como punto de partida en las proyecciones.

⁶ Argentina produce actualmente 33.000 toneladas anuales representando el 5% de la producción mundial, posicionándose en cuarto lugar luego de China, Chile y Australia, <https://www.reportlinker.com/report-summary/Metals/89661/Global-Lithium-Industry.html?tstv=autogen>. Y <https://www.datos.gov.ar/dataset/produccion-proyeccion-demanda-oferta-global-litio-tablero-global-litio---siacam>.

⁷ Valor fijado arbitrariamente a los efectos del desarrollo del ejercicio, asumiendo una relación causal tradicional entre precios y cantidades para la función de demanda.

⁸ Ver proyecciones en <https://www.benchmarkminerals.com/lithium-prices/> y <https://www.woodmac.com/industry/metals-and-mining/lithium-research-suite/>

El mercado espera que el precio se estabilice gradualmente, consecuentemente la volatilidad precio no debe representarse como constante en el tiempo. En ese sentido, el primer periodo se considera de máxima volatilidad hasta estabilizar en el cuarto periodo. Utilizando las ecuaciones 2, 3 y 4 se obtienen los parámetros correspondientes a $t=1$ para proyectar precio, conforme se expresa en la siguiente tabla. Por tasa libre de riesgo se entiende los T-Bonds emitidos por la Reserva Federal EE.UU a 10 años, media aritmética 1928-2022.⁹

La ecuación 1 se utiliza para estimar el flujo de fondos libres correspondientes a cada periodo. Cabe recordar que una de las principales diferencias entre la estrategia de diferir (1) o adquirir (2) se basa en los costos de operación para la obtención de litio. En el caso de la compra se denota como $(\%C_{(a,s)})$ e implica un ahorro en costo, en particular de compra de salmuera. La primera estrategia implica mayores costos operativos desde $t=1$ hasta $t=5$ $(\%C_{(s)})$.

En relación al ejercicio de la opción de compra, este tiene implicancia en los costos de operación correspondiente a la estrategia 1. El ejercicio de la opción implica comparar el valor desde $t=5$ hasta $t=31$ con la nueva estructura de costos versus la actual. $\text{Max}\{[\zeta(V)_{(a,t=5)} - I_5]; [\zeta(V)_{(s,t=5)}]\}$. En la tabla 4 se presentan los costos de operación.

Tabla 4: Costos de operación para cada estrategia
(en US\$ por ton carbonato de litio, Li_2CO_3)

	<i>Estrategia 1:</i> <i>Diferir</i>	<i>Estrategia 2:</i> <i>Adquirir</i>
Compra de salmuera	1.200	100
Costo directo de procesamiento	2.100	2.100
Total costos directos	3.300	2.200
Costos indirectos	2.300	1.900
<i>Total costo de producción</i>	<i>5.600</i>	<i>4.100</i>

Para simplificar el modelo, se toman como constantes en valores absolutos, representando un porcentaje en relación al precio de venta,¹⁰ $(1 - \%C_{(a,s)})$ donde $\%C_{(a,s)} = co/\zeta^p(t)$, siendo co el costo de operación en unidades monetarias.

Para las rejillas trinomiales con variable precio se debe estimar las probabilidades de transición. Desde el periodo $t=1$ hasta $t=5 \rightarrow 31$ son calculadas con el conjunto de ecuaciones 5.1, 5.2 y 5.3 para el periodo de máxima volatilidad, y 6.1, 6.2 y 6.3 para los periodos intermedios. Los valores obtenidos se exponen en la tabla 5.

Estas probabilidades de transición se utilizan en el proceso recursivo, desde $t=5$ hasta $t=1$. Para confeccionar las rejillas trinomiales por escenario de producción y para cada estrategia (comprar yacimiento o diferir la compra) se proyectan series de producción. En la tabla 6 se presentan las toneladas proyectadas por escenario, desde $t=1$ hasta $t=5$ con la correspondiente estabilización en $t=5 \rightarrow 31$.

⁹ Ver <https://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/> (A. Damodaran).

¹⁰ Siendo crecientes en participación sobre el precio frente a aumentos del último y decreciente ante bajas del precio.

Tabla 5: Probabilidades de transición precio ($t=1$ en adelante)

Volatilidad	σ_1	σ_2	σ_2	σ_3	σ_4
Probabilidad	5,8 %	3,5 %	3,5 %	2,0 %	1,0 %
p_{ui}	0,4007	0,1444	0,1444	0,0471	0,0118
p_{mi}	0,1722	0,7017	0,7017	0,9026	0,9756
p_{di}	0,4272	0,1539	0,1539	0,0503	0,0126

Tabla 6: Escenarios de producción y proyección de cantidades

Periodo	Alta	Media	Baja
1	5.000	3.000	1.000
2	17.000	10.000	5.000
3	20.000	17.000	7.000
4	25.000	20.000	10.000
5	25.000	20.000	18.000

Con los escenarios de producción, la estructura de costos para cada estrategia, y la proyección del precio del litio los pasos son: a) proyección del flujo de fondos desde $t=1$ hasta $t=5$; b) determinación del valor del proyecto en $t=5 \rightarrow 31$, c) resolución recursiva aplicando las probabilidades de transición de cada rejilla trinomial.

Resolución rejilla multinomial: de $t=1$ hasta $t=0$ el proceso recursivo requiere de una rejilla multinomial con dos variables de estado: precio (P) y cantidades (Q). Para ello se utilizan las ecuaciones 11.1 y 11.2 para definir el valor de los parámetros de amplitud. Seguidamente se calculan las probabilidades de transición empleadas en la rejilla multinomial desde $t=1 \rightarrow 0$. Estas se obtienen a partir de las expresiones 12.1, 12.2, 12.3, 12.4 y 12.5. En la tabla 7 se presentan las probailidades que se obtienen.

Tabla 7: Probabilidades de transición precio-cantidad rejilla multinomial

Probabilidades rejilla multinomial			
P	Q	Probabilidad	
u	u	p1	0,17688
u	d	p2	0,11498
d	d	p3	0,10767
d	u	p4	0,60047
0	0	p5	0,00000
ΣP			1,00000

4. Resultados obtenidos

En el primer apartado se exponen las tablas que arroja el proceso de valuación descrito en las ilustraciones 1 y 2. Los valores obtenidos se emplean para tomar la decisión sobre el curso de acción a desarrollar. El segundo apartado plantea un juego simple, desde la perspectiva del desarrollador del proyecto, a los efectos de explorar posibles conductas y reacciones en ofertas de compra del yacimiento. También se valoran las penalidades a ser aplicadas ante el incumplimiento de un acuerdo estratégico sobre la venta del yacimiento.

4.1 Valoración de estrategias desde la perspectiva del desarrollador del proyecto

La tabla 8 desarrolla la rejilla trinomial correspondiente al precio del bien ($\zeta^P(t)$), con las ecuaciones 2 y 3.

Tabla 8: Rejilla trinomial precio

	0	1	2	3	4	5
\$	27.017,82	\$ 28.807,11	\$ 30.714,90	\$ 32.749,04	\$ 34.917,89	\$ 37.230,38
		\$ 27.017,82	\$ 28.807,11	\$ 30.714,90	\$ 32.749,04	\$ 34.917,89
		\$ 25.339,66	\$ 27.017,82	\$ 28.807,11	\$ 30.714,90	\$ 32.749,04
			\$ 25.339,66	\$ 27.017,82	\$ 28.807,11	\$ 30.714,90
			\$ 23.765,74	\$ 25.339,66	\$ 27.017,82	\$ 28.807,11
				\$ 23.765,74	\$ 25.339,66	\$ 27.017,82
				\$ 22.289,58	\$ 23.765,74	\$ 25.339,66
					\$ 22.289,58	\$ 23.765,74
					\$ 20.905,11	\$ 22.289,58
						\$ 20.905,11
						\$ 19.606,64

En las tablas 9 y 10 se exponen los valores correspondientes a los costos de operación para la estrategia de diferimiento.

Las tablas 11, 12 y 13 muestran el resultado de valorar recursivamente la estrategia 1 en los tres escenarios de producción. El flujo de fondos (ecuación 1) surge de las proyecciones de producción ($q(t)$), precio ($\zeta^P(t)$) y costos operativos sin adquisición ($\%C_{(s)}$). El valor del proyecto en $t=5$ surge de la ecuación 7 (valor desde $t=5$ hasta $t=31$). En el caso de la estrategia 1 se debe incorporar el ejercicio de la opción de comprar o continuar con las operaciones. Para ello se utiliza la ecuación 8. Las tablas destacan en negritas itálicas, la decisión adoptada en cada nodo. La resolución recursiva desde $t=5$ hasta $t=1$ se realiza con la ecuación 9.

Tabla 9: Rejilla trinomial participación costos sobre precio litio estrategia 1

0	1	2	3	4	5
21 %	19 %	18 %	17 %	16 %	15 %
	21 %	19 %	18 %	17 %	16 %
	22 %	21 %	19 %	18 %	17 %
		22 %	21 %	19 %	18 %
		24 %	22 %	21 %	19 %
			24 %	22 %	21 %
			25 %	24 %	22 %
				25 %	24 %
				27 %	25 %
					27 %
					29 %

Tabla 10: Rejilla trinomial participación costos sobre precio litio estrategia 2

0	1	2	3	4	5
15 %	14 %	13 %	13 %	12 %	11 %
	15 %	14 %	13 %	13 %	12 %
	16 %	15 %	14 %	13 %	13 %
		16 %	15 %	14 %	13 %
		17 %	16 %	15 %	14 %
			17 %	16 %	15 %
			18 %	17 %	16 %
				18 %	17 %
				20 %	18 %
					20 %
					21 %

El resultado de valorar la estrategia 2 se expone en las tablas 14, 15 y 16. Nuevamente se utiliza la ecuación 1 para estimar el flujo de fondos. Este surge de las proyecciones de producción ($q(t)$), precio ($\zeta^p(t)$) y costos operativos en este caso con adquisición ($\%C_{(a)}$). Mediante la ecuación 7 se obtiene el valor para luego resolver recursivamente hasta $t=1$, con la ecuación 10.

Tabla 11: Proceso recursivo valoración estrategia 1 escenario de alta producción (ecuaciones 1,7,8 y 9)

1	2	3	4	5	Decisión
\$ 10.807.930.117,55	\$ 12.133.892.479,07	\$ 13.272.681.877,58	\$ 14.419.004.945,01	\$ 15.488.941.006,57	Adquirir
\$ 10.001.572.338,08	\$ 11.240.079.711,39	\$ 12.307.166.710,64	\$ 13.382.366.762,77	\$ 14.387.756.778,67	Adquirir
\$ 9.245.299.778,03	\$ 10.401.784.245,99	\$ 11.401.622.489,88	\$ 12.410.117.183,37	\$ 13.354.970.295,65	Adquirir
	\$ 9.615.557.742,27	\$ 10.552.324.245,96	\$ 11.498.256.844,03	\$ 12.386.333.175,26	Adquirir
	\$ 8.878.166.046,07	\$ 9.755.778.378,20	\$ 10.643.034.793,97	\$ 11.477.860.914,63	Adquirir
		\$ 9.008.708.283,57	\$ 9.840.933.064,84	\$ 10.625.816.499,88	Adquirir
		\$ 8.308.040.878,37	\$ 9.088.652.199,50	\$ 9.826.695.033,92	Adquirir
			\$ 8.383.097.679,67	\$ 9.077.209.318,97	Adquirir
			\$ 7.721.367.196,55	\$ 8.374.276.334,63	Adquirir
				\$ 7.715.004.555,84	Adquirir
				\$ 7.096.682.058,55	Adquirir

Tabla 12: Proceso recursivo valoración estrategia 1 escenario de media producción (ecuaciones 1,7,8 y 9)

1	2	3	4	5	Decisión
\$ 8.517.598.930,88	\$ 9.591.111.578,35	\$ 10.593.278.927,04	\$ 11.480.521.441,09	\$ 12.333.666.657,85	Adquirir
\$ 7.878.810.283,35	\$ 8.881.114.666,85	\$ 9.818.832.655,54	\$ 10.651.210.895,30	\$ 11.452.719.275,53	Adquirir
\$ 7.279.698.650,64	\$ 8.215.217.721,90	\$ 9.092.489.487,18	\$ 9.873.411.231,78	\$ 10.626.490.089,11	Adquirir
	\$ 7.590.681.566,72	\$ 8.411.261.598,77	\$ 9.143.922.960,31	\$ 9.851.580.392,80	Adquirir
	\$ 7.004.937.162,75	\$ 7.772.346.749,48	\$ 8.459.745.320,26	\$ 9.124.802.584,30	Adquirir
		\$ 7.173.116.753,78	\$ 7.818.063.936,96	\$ 8.443.167.052,50	Adquirir
		\$ 6.611.106.670,35	\$ 7.216.239.244,68	\$ 7.803.869.879,73	Adquirir
			\$ 6.651.795.628,82	\$ 7.204.281.307,77	Adquirir
			\$ 6.122.411.242,33	\$ 6.641.934.920,30	Adquirir
				\$ 6.114.517.497,27	Adquirir
				\$ 5.619.859.499,43	Adquirir

Tabla 13: Proceso recursivo valoración estrategia 1 escenario de baja producción (ecuaciones 1,7,8 y 9)

1	2	3	4	5	Decisión
\$ 7.180.467.671,85	\$ 8.126.714.872,34	\$ 9.076.006.433,67	\$ 10.070.584.889,26	\$ 11.071.556.918,36	Adquirir
\$ 6.641.166.135,06	\$ 7.524.221.155,31	\$ 8.411.367.589,33	\$ 9.341.556.210,96	\$ 10.278.704.274,27	Adquirir
\$ 6.135.362.180,23	\$ 6.959.150.069,75	\$ 7.788.011.390,48	\$ 8.657.809.617,42	\$ 9.535.098.006,49	Adquirir
	\$ 6.429.177.187,53	\$ 7.203.373.652,33	\$ 8.016.532.507,07	\$ 8.837.679.279,82	Adquirir
	\$ 5.932.122.457,49	\$ 6.655.049.459,03	\$ 7.415.086.977,20	\$ 8.183.579.252,16	Adquirir
		\$ 6.140.783.271,05	\$ 6.850.998.972,85	\$ 7.570.107.273,54	Adquirir
		\$ 5.658.459.646,92	\$ 6.321.948.109,82	\$ 6.994.739.818,05	Adquirir
			\$ 5.825.758.129,67	\$ 6.455.110.103,29	Adquirir
			\$ 5.360.387.947,71	\$ 5.948.998.354,56	Adquirir
				\$ 5.474.322.673,84	Adquirir
				\$ 5.029.130.475,78	Adquirir

Tabla 14: Proceso recursivo valoración estrategia 2 escenario de alta producción (ecuaciones 1,7 y 10)

1	2	3	4	5
\$ 11.134.436.523,33	\$ 12.469.254.693,02	\$ 13.598.431.066,96	\$ 14.729.917.519,59	\$ 15.776.371.743,61
\$ 10.328.078.743,86	\$ 11.575.441.925,34	\$ 12.632.915.900,03	\$ 13.693.279.337,35	\$ 14.675.187.515,71
\$ 9.571.806.183,81	\$ 10.737.146.459,94	\$ 11.727.371.679,27	\$ 12.721.029.757,95	\$ 13.642.401.032,69
	\$ 9.950.919.956,23	\$ 10.878.073.435,35	\$ 11.809.169.418,61	\$ 12.673.763.912,30
	\$ 9.213.528.260,03	\$ 10.081.527.567,59	\$ 10.953.947.368,55	\$ 11.765.291.651,67
		\$ 9.334.457.472,96	\$ 10.151.845.639,42	\$ 10.913.247.236,92
		\$ 8.633.790.067,76	\$ 9.399.564.774,08	\$ 10.114.125.770,97
			\$ 8.694.010.254,25	\$ 9.364.640.056,01
			\$ 8.032.279.771,13	\$ 8.661.707.071,67
				\$ 8.002.435.292,89
				\$ 7.384.112.795,59

Tabla 15: Proceso recursivo valoración estrategia 2 escenario de media producción (ecuaciones 1,7 y 10)

1	2	3	4	5
\$ 8.820.590.349,50	\$ 9.904.906.979,26	\$ 10.907.393.895,74	\$ 11.783.934.015,67	\$ 12.621.097.394,89
\$ 8.182.565.690,62	\$ 9.194.910.067,76	\$ 10.132.947.624,24	\$ 10.954.623.469,88	\$ 11.740.150.012,57
\$ 7.584.170.593,02	\$ 8.529.013.122,81	\$ 9.406.604.455,88	\$ 10.176.823.806,36	\$ 10.913.920.826,15
	\$ 7.904.476.967,63	\$ 8.725.376.567,48	\$ 9.447.335.534,89	\$ 10.139.011.129,84
	\$ 7.318.732.563,66	\$ 8.086.461.718,19	\$ 8.763.157.894,84	\$ 9.412.233.321,34
		\$ 7.487.231.722,48	\$ 8.121.476.511,54	\$ 8.730.597.789,54
		\$ 6.925.221.639,06	\$ 7.519.651.819,26	\$ 8.091.300.616,77
			\$ 6.955.208.203,40	\$ 7.491.712.044,81
			\$ 6.425.823.816,91	\$ 6.929.365.657,34
				\$ 6.401.948.234,31
				\$ 5.907.290.236,47

Tabla 16: Proceso recursivo valoración estrategia 2 escenario de baja producción (ecuaciones 1,7 y 10)

1	2	3	4	5
\$ 7.491.736.349,12	\$ 8.438.054.331,20	\$ 9.378.884.197,08	\$ 10.358.997.463,84	\$ 11.358.987.655,40
\$ 6.964.988.305,60	\$ 7.850.025.392,53	\$ 8.730.839.657,63	\$ 9.648.942.018,72	\$ 10.566.135.011,31
\$ 6.470.592.715,75	\$ 7.298.161.589,43	\$ 8.122.693.466,70	\$ 8.982.641.698,30	\$ 9.822.528.743,53
	\$ 6.780.192.822,11	\$ 7.551.944.006,10	\$ 8.357.355.666,50	\$ 9.125.110.016,86
	\$ 6.293.988.418,52	\$ 7.016.243.489,60	\$ 7.770.511.800,13	\$ 8.471.009.989,20
		\$ 6.513.388.305,34	\$ 7.219.696.108,41	\$ 7.857.538.010,59
		\$ 6.041.309.951,20	\$ 6.702.642.802,98	\$ 7.282.170.555,10
			\$ 6.217.224.977,53	\$ 6.742.540.840,33
			\$ 5.761.445.858,79	\$ 6.236.429.091,61
				\$ 5.761.753.410,88
				\$ 5.316.561.212,83

Las tablas 17 y 18 presentan la resolución de la rejilla multinomial para el periodo $t=1$ hasta $t=0$. Combina las dos variables de estado en 5 escenarios para $t=1$. Para valorar la estrategia 1 se utiliza la ecuación 13. Para la estrategia 2 se emplea la ecuación 14 para estimar el valor actual.

Tabla 17: Valoración recursiva multinomial estrategia 1 (ecuación 13)

T=0	T=1		
	$p1$	\$ 10.807.930.117,55	$V=1 (FF1uu)+VA(Vuu)$ uu
	$p2$	\$ 9.245.299.778,03	$V=1 (FF1ud)+VA(Vud)$ ud
\$ 7.462.415.639,00	$p5$	\$ 7.878.810.283,35	$V=1 (FF1mm)+VA(Vmm)$ mm
	$p4$	\$ 7.180.467.671,85	$V=1 (FF1du)+VA(Vdu)$ du
	$p3$	\$ 6.135.362.180,23	$V=1 (FF1dd)+VA(Vdd)$ dd

Tabla 18: Valoración recursiva multinomial estrategia 2 (ecuación 14)

T=0	T=1		
	$p1$	\$ 11.134.436.523,33	$V=1 (FF1uu)+VA(Vuu)$ uu
	$p2$	\$ 9.571.806.183,81	$V=1 (FF1ud)+VA(Vud)$ ud
\$ 7.506.688.076,61	$p5$	\$ 8.182.565.690,62	$V=1 (FF1mm)+VA(Vmm)$ mm
	$p4$	\$ 7.491.736.349,12	$V=1 (FF1du)+VA(Vdu)$ du
	$p3$	\$ 6.470.592.715,75	$V=1 (FF1dd)+VA(Vdd)$ dd

A partir de la información disponible en el presente se selecciona el curso de acción de mayor valor (ecuación 15). Como todo modelo de analítico de toma de decisiones, la información suministrada traduce a valores presentes cursos secuenciales de acciones futuras. Las conclusiones serán válidas en un punto del tiempo, ya que el conjunto de información tiende a variar (Massé, 1963). En este caso, la diferencia de valor entre la estrategia 1 y 2 asciende a us\$ 74.367.965 a favor de la estrategia 1.

Otra perspectiva de análisis reside en calcular el valor marginal de ambas estrategias desde la perspectiva de la compra versus diferimiento de la inversión. El resultado obtenido, producto del máximo valor entre el incremento en el valor teórico de la cantera en $t=5$ y el valor de la opción de diferir capitalizada al mismo horizonte ratifica la elección de la estrategia 2 (ver tabla 19).

Tabla 19: Análisis marginal de estrategias desde la perspectiva inversión-valor opción

Valor oferta adquisición t=0	\$ 300.000.000,00
Valor compra en t=5 $V(e^{rt})$	\$ 296.074.146,34
Valor opción diferir (VOR)	-\$ 74.367.955,04
VOR* e^{rt} , t=5	-\$ 95.490.344,46
Δ Valor Cantera ($V(e^{rt})-V_0$)	-\$ 65.491.369,32
$Max(\Delta$ Valor Cantera, VOR* e^{rt} , t=5)	comprar ahora

4.2 Negociación y valuación del yacimiento

En el proceso de negociación ¹¹ se deben estimar las bandas de valores, es decir, máximo y mínimo a ofertar, ajustadas a cada curso de acción. Desde la perspectiva del comprador, los valores a ofertar por el yacimiento surgen del modelo analítico desarrollado para la valoración de las estrategias 1 y 2. Los cursos de acción en el proceso de negociación se reducen a: a) acordar un precio para la transferencia del yacimiento con incentivos a concretar la estrategia 2 (Adquirir) b) diferir el derecho de compra (Diferir). Suponiendo información perfecta entre las partes los precios proyectados se exponen en la tabla 20.

Tabla 20: Precios propuestos frente a estrategias de compra acordada (A) – imposición y venta (I/A)

	(V) A	(V) I/A
(C) A	\$ 300.000.000	\$ 316.853.883
(C) I/A	\$ 251.407.943	\$ 230.582.777

En la situación de acuerdo entre las partes (A-A) el precio ofertado asciende a us\$ 300.000.000, valor planteado para la valoración de las estrategias en el modelo analítico. En el otro extremo, sin acuerdo y suponiendo por defecto la estrategia 1, el precio a ofertar en t=5, a valores actuales, se conecta con el valor determinado en el anexo, us\$ 230.582.777.

El precio anterior es un piso de referencia en el presente, de no llegar a un acuerdo. De verificarse la tendencia en las proyecciones, el margen de negociación permite aumentar el precio en us\$ 192.040.154, que surge de la diferencia entre el valor de la estrategia 1 con opción de compra (us\$ 7.432.320.121) y el valor de la misma estrategia sin la opción de compra ni reducción de costos de operación (us\$ 7.240.279.967). El último valor es el resultante de una estrategia 1 sin ejercicio de opción de compra. En el anexo se desarrolla el proceso de cálculo para estimar el valor indicado.

¹¹ Existe un amplio material para el estudio de Juegos, citando a Guintis (2009) y Aguado Franco (2007), entre otros.

En los escenarios con conductas opuestas, quien toma la iniciativa impone precio, siendo aceptado o rechazado por la contraparte. Suponiendo conductas hipotéticas, con la iniciativa a favor del comprador, la oferta asciende a us\$ 251.407.943: valor intrínseco del yacimiento más 30 % de la diferencia entre el máximo valor y el valor teórico. Si la iniciativa la toma el vendedor, el precio propuesto es el valor intrínseco de la cantera más 60 % de la diferencia entre el máximo valor y el valor de la cantera.

En base a los precios propuestos en la tabla anterior se calcula el valor de la operación para las partes: adquirente (A) $VAN = (VAI - C)$, vendedor $VAN = (I(\text{cobro}) - VC)$ (tabla 21).

Tabla 21: Flujo de fondos para cada estrategia (elaboración propia)

Estrategias	Comprador	Vendedor
Acuerdo-Acuerdo	\$ 74.367.955,04	\$ 69.417.222,98
Iniciativa-Acuerdo	\$ 122.960.011,13	\$ 20.825.166,90
Acuerdo-Iniciativa	\$ 57.514.071,21	\$ 86.271.106,81
Diferir-Diferir	-\$ 74.367.955,04	\$ -

De estos valores se plantea un juego simple de única secuencia, a los efectos de anticipar potenciales conductas, en particular del vendedor, y proponer buscar soluciones de equilibrio. En la tabla 22 se plantea el desarrollo matricial del mismo.

Tabla 22: Exposición matricial del juego

	(V) A	(V) I/A
(C) A	\$ 74.367.955,04 \$ 69.417.222,98	\$ 57.514.071,21 \$ 86.271.106,81
(C) I/A	\$ 122.960.011,13 \$ 20.825.166,90	-\$ 74.367.955,04 \$ -

Cuando el comprador plantea una estrategia de acuerdo, el vendedor obtiene un mayor valor si no acuerda y especula con el interés del comprador: Si C acuerda $\rightarrow VD_B > VA_B \rightarrow VD_B$. Si el comprador plantea una estrategia de iniciativa, para el vendedor aceptar la oferta implica una ganancia segura, en lugar de un futuro con un valor diferido: Si C impone $\rightarrow VA_B > VD_B \rightarrow VA_B$.

Las reacciones del adquirente frente a la conducta del vendedor son espejos de las descritas. Si el vendedor plantea una estrategia de acuerdo, el comprador obtiene un mayor valor no acordando, especulando con una fuerte oferta de precio o simplemente el diferimiento: Si V acuerda $\rightarrow VD_C > VA_C \rightarrow VD_C$. Si el vendedor toma la iniciativa, el comprador no tendría más remedio que aceptar la oferta pues el estaría perdiendo el valor agregado de la estrategia 2: Si V impone $\rightarrow VA_C > VD_C \rightarrow VA_C$.

En efecto, el equilibrio de Nash indica que ambos deben imponer precio, en el caso del comprador ofertar \$ 251.407.943 y el vendedor iniciar el proceso \$ 316.853.883.¹² En el caso

¹² Desde la posición del vendedor, el valor a negociar es us\$ 16.853.883, que surge de la diferencia entre el cuadrante de A-A y (V) I/A. De prevalecer la postura del vendedor el impacto en el resultado de la transacción es positivo para el vendedor, negativo para el comprador. Desde la posición compradora el

de acuerdo de compra – venta el valor de la operación se encuentra entre ambas conductas, $C = [122.960.011; 57.514.071] \rightarrow V(\text{acuerdo}) = 74.367.955$, similares consideraciones caben para el vendedor. No acordar y diferir, con un potencial pago bajo las condiciones planteadas, es una estrategia no deseable, puesto que el valor es nulo (para el vendedor) y negativo (para el comprador ya que se pierde de la ventaja de comprar y ahorrar costos)¹³.

De elegir dicha acción, se supone que existe futuro colaborativo, el cual debe ser incentivado (Axelrod, 1981, 1986). En tal caso, el adquirente puede disponer cláusulas en base a penalidades monetarias frente al incumplimiento del compromiso de reservar la opción de compra. En el caso de que el vendedor rechace la oferta de compra (ejercicio de opción) al precio pactado en $t=5$, el resarcimiento para el comprador estaría explicado por la ecuación 16.

$$p_t = \max[(VOR_t - V_{s(t)}); (I_{v(t)} - VCe^{rt})] \quad \text{Ec 16}$$

La expresión anterior indica que la multa a pagar por el titular del yacimiento en el caso de incumplimiento es el máximo valor entre: diferencia de valor del proyecto con opción a partir de la estrategia 1 para el momento $t=5 \rightarrow 31$ VOR_t y el valor del proyecto sin opción y consecuentemente sin variación en la estructura de costos $V_{s(t)}$; versus el precio de venta $I_{v(t)}$ menos el valor de ejercicio VCe^{rt} .

Se puede explorar las probabilidades de elección de las estrategias en un planteo de juego mixto. En tal sentido p representa la probabilidad de acuerdo del comprador, $1 - p$ la probabilidad complementaria de no acuerdo o iniciativa. Similares consideraciones son aplicables al vendedor, notándolas como q y $1 - q$ respectivamente. Para estimar las probabilidades de indiferencia en cada estrategia se debe plantear el siguiente sistema de ecuaciones con los pagos para cada jugador VC y VC:

$$VC = 74pq + 57p(1 - q) + 122(1 - p)q - 74(1 - p)(1 - q) \quad \text{Ec 17}$$

$$VV = 69qp + 20q(1 - p) + 86(1 - q)p + 0(1 - p)(1 - q)$$

Despejando en función p se obtiene la expresión $VC = p(-179q + 131) + [196q - 74]$. El flujo de pago a recibir por el comprador, cualquiera sea su estrategia está dado por la expresión entre corchetes, pues no depende de p . Para una probabilidad de $q = 0.73$ el paréntesis se hace cero, entonces el comprador será indiferente ante cualquier valor de p .¹⁴ En el caso del vendedor el pago queda planteado como $VC = q(-37p + 20) + [86p]$, siendo las probabilidad de indiferencia $p = 0.54$.

valor a negociar es de us\$ 48.592.056 que surge del cuadrante A-A y (C) I/A. Si prevalece la postura compradora el ajuste es positivo para quien toma la iniciativa y negativo para el propietario.

¹³ De elegir dicha acción, el adquirente puede establecer penalidades frente al incumplimiento. En el caso de que el vendedor rechace la oferta de compra (ejercicio de opción) al precio pactado en $t=5$, el resarcimiento para el comprador estaría explicado por la siguiente expresión $p_t = \max[(VOR_t - V_{s(t)}); (I_{v(t)} - VCe^{rt})]$. La expresión anterior indica que la multa a pagar por el titular del yacimiento en el caso de incumplimiento es el máximo valor entre: diferencia de valor del proyecto con opción a partir de la estrategia 1 para el momento $t=5 \rightarrow 31$ VOR_t y el valor del proyecto sin opción y consecuentemente sin variación en la estructura de costos $V_{s(t)}$; versus el precio de venta $I_{v(t)}$ menos el valor de ejercicio VCe^{rt} .

¹⁴ Los resultados son aproximados, pues los valores fueron simplificados. La interpretación del resultado es la siguiente: Si el vendedor opta por la estrategia q 73% de las veces y la estrategia $(1 - q)$ 27%,

5. Conclusiones

El planteo de estrategias de inversión requiere de un análisis cualitativo como cuantitativo de las decisiones secuenciales involucradas. A menudo el modelo empleado simplifica la flexibilidad estratégica del negocio, el comportamiento de las fuentes de incertidumbre y las acciones de los otros agentes. El desafío consiste en valorar los cursos de acción involucrando las principales variables aleatorias, seleccionando la mejor alternativa a la luz de la información disponible en el momento de decisión. Se incorpora las acciones de los principales agentes (comprador-vendedor), suponiendo conductas racionales y simetría informativa.

El estudio presentado aporta el desarrollo un modelo analítico para valorar estrategias considerando fuentes de incertidumbre en el marco un modelo simple de juegos y opciones reales. El modelo se propone recrear las condiciones de incertidumbre contenidas en las estrategias (compra del yacimiento o diferimiento), brindar rangos de valor en una eventual negociación y ser una guía en la toma de la decisión. El modelo se aplica a un caso real de inversión donde precio y cantidades son las fuentes de incertidumbre y presentan la necesidad de resolución analítica mediante rejillas multinomiales.

La particularidad del modelo reside en fijar los límites del parámetro λ a los efectos de que las probabilidades de transición no se conviertan en negativas. Analizadas y valoradas las estrategias, el modelo permite estimar los rangos de valor en un proceso de negociación entre comprador y vendedor. Desde la perspectiva del comprador (desarrollador de la estrategia) se establecen los rangos mínimos y máximos de negociación incorporando el valor de la flexibilidad estratégica en cada alternativa.

El modelo se complementa con un esquema de juego simple no secuencial de defección con alternativas de colaboración (acuerdo de compra) o iniciativa (no acuerdo y diferimiento). Esto permite determinar las posibles estrategias de la contraparte, con información perfecta. El análisis se extendió al uso de estrategias mixtas donde se establecieron los puntos de indiferencia para las partes. La propuesta analítica es una herramienta para modelar problemas complejos de decisiones secuenciales, considerando las fuentes de incertidumbre propias del proyecto y las conductas racionales de los principales agentes económicos involucrados.

REFERENCIAS

- Aguado Franco, J. C. (2007). *Teoría de la decisión y de los juegos*. Delta Publicaciones.
- Armada, M., Kryzanowski, L. & Pereira, P. (2009). *Optimal investment decisions for two positioned firms competing in a duopoly market with hidden competitors*. *European Financial Management*, 17 (2): 305-330.
- Axelrod, R. (1981). *The emergence of cooperation among egoists*. *American Political Science Review*, 75 (2): 306-318.

cualquier estrategia adoptada por C generará el mismo pago. Para $q > 73\%$, el pago se reduce por lo que p tiende a cero, es decir no seguir la estrategia de acuerdo. Para $q < 73\%$ si la estrategia adoptada por C es no acordar, el pago se reduce, con lo cual el incentivo de C es buscar el acuerdo de compra.

- Axelrod, R. (1986). *La evolución de la cooperación*. Alianza.
- Boyer, M., Laserrere, P. & Moreaux, M. (2012). *A dynamic duopoly investment game without commitment under uncertainty market expansion*. International Journal of Industrial Organization, 30 (6): 663-681.
- Boyle, P. (1988). *A lattice framework for option pricing with two state variables*. Journal of Finance and Quantitative Analysis, 23 (1): 1-12.
- Castro Monge, E. (2010). *El estudio de casos como metodología en la administración y su importancia en la dirección y administración de empresas*. Revista Nacional de Administración. 1 (2): 31-54.
- Dixit, A. & Pindyck, R. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton University Press.
- Fudenberg, D. & Tirole, J. (1986). *A theory of exit in duopoly*. Econometrica, 54 (4): 943-960.
- Ghemawat, P. & Nalebuff, B. (1985). *Exit*. Journal of Economics, 16 (2): 184-194.
- Graham, J. (2011). *Strategic real options under asymmetric information*. Journal of Economics and Dynamic Control, 35 (6): 922-934.
- Grenadier, S. (1996). *The strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real state markets*. Journal of Finance, 51 (5): 1653-1679.
- Grenadier, S. (2002). *Option exercise games: an application to the equilibrium investment strategies of firms*. Review of Financial Studies, 15 (3): 691-721.
- Grenadier, S. (2005). *Options exercise games: The intersection of real options and game theory*. Journal of Applied Corporate Finance, 13 (2): 99-107.
- Guintis, H. (2009). *Game theory evolving*, 2nd Ed. Princeton University Press.
- Haahtela, T. (2010). *Recombining trinomial tree for real option valuation with changing volatility*. Working paper.
- Haahtela, T. (2011). *Estimating changing volatility in cash flow simulation based real options valuation with regression sum of squared error method*. Working paper.
- Herath, H. & Kumar, P. (2006). *Multinomial approximating models for options*. Working paper.
- Herath, H. & Kumar, P. (2007). *On a simple binomial approximations for two variable functions in finance applications*. En Lee, C-F., *Advances in quantitative analysis of finance & accounting*, vol. 5 World Scientific Publ., págs. 163-179.
- Hsu, Y. & Lambrecht, B. (2007). *Preemptive patenting under uncertainty and asymmetric information*. Annals of Operations Research, 151 (1): 5-28.
- Kamrad, B. & Ritchken, P. (1991). *Multinomial approximating models for options with k state variables*. Management Science, 37 (12): 1640-1653.
- Kulatilaka, N. & Perotti, E. (1998). *Strategic growth options*. Management Science, 44 (8): 1021-1031.
- Lambrecht, B. (2001). *The impact of debt financing on entry and exit in duopoly*. Review of Financial Studies, 14 (3): 765-804.
- Lambrecht, B. & Perraudin, W. (2003). *Real options and preemption under incomplete information*. Journal of Economics Dynamics and Control, 27 (4): 619-643.
- Massé, P. (1963). *La elección de las inversiones: Criterios y métodos*. Sagitario Edic.
- Milanesi, G. (2022). *Opciones reales secuenciales cuadrinomiales y volatilidad cambiante: Incertidumbres tecnológicas y de mercado en desarrollos de inversiones biotecnológicas*. Revista Mexicana de Economía y Finanzas (REMEF), 17 (1): 24-49.
- Milanesi. (2023). *Valoración de estrategias competitivas, acuerdos colaborativos y penalizaciones con opciones reales multinomiales y teoría de juegos*. Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, 36: 360-388.

- Milanesi, G. y Thomé F. (2015). *Un modelo consolidado de opciones reales, teoría de juegos y análisis de costos de transacción para el diseño de acuerdos contractuales*. Revista de Economía Política de Buenos Aires, 14: 59-81.
- Murto, P. (2004). *Exit in duopoly under uncertainty*. Journal of Economics, 35 (1): 111-127.
- Pawlina, G. & Kort, P. (2006). *Real options in an asymmetric duopoly: Who benefits from your competitive disadvantage?* Journal of Economics and Management Strategy, 15 (1): 1-35.
- Paxson, D. & Melmane, A. (2009). *Multi factor competitive internet strategy evaluation: Search expansion, portal synergies*. Journal of Modeling Management, 4 (3): 249-273.
- Paxson, D. & Pinto, H. (2003). *Rivalry under price and quantity uncertainty*. Review of Financial Economics, 14 (3-4): 209-224.
- Perez, S., Ferro Moreno, S. & Milanesi, G. (2022). *Análisis de estrategias en la ganadería bovina: Aplicación del marco de juegos en opciones reales*. Estudios de Administración, 29 (2): 127-143.
- Smit, H. (2003). *Infrastructure investment as a real options game: The case of European airport expansion*. Financial Management, 32 (4): 5-35.
- Smit, H. & Ankum, L. (1993). *A real options and game-theoretic approach to corporate strategy under competition*. Financial Management, 22 (3): 241-250.
- Smit, H. & Trigeorgis, L. (2004). *Strategic investment: Real options and games*. Princeton Univ Press.
- Thijssen, J. (2010). *Preemption in a real option game with a first mover advantage and a player-specific uncertainty*. Journal of Economics Theory, 145 (6): 2448-2462.

ANEXOS

Anexo I: Estimación del valor del yacimiento

El valor teórico del yacimiento surge a partir del valor actual correspondiente a la corriente de flujos de fondos a obtener por el titular. Los supuestos para la valoración del yacimiento son: valor de la salmuera, us\$ 1.200 por tonelada constantes, vida del yacimiento 31 años, % de costos de operación del yacimiento sobre tonelada de salmuera 45 %; flujo de fondos libres por tonelada us\$ 660. Las magnitudes monetarias precedentes combinadas con los niveles de producción planteados para cada escenario de producción (alta, medio, bajo) constituyen los insumos para cuantificar las corrientes de flujo de fondos. La tabla A.1 detalla el flujo de fondos libres proyectado para cada escenario.

Los flujos de fondos libres para cada escenario se estiman aplicando la ecuación 1 simplificada puesto que el precio y costos no se comportan de manera estocástica. Los flujos correspondientes al periodo $t=5$ hasta $t=31$ se obtienen mediante la ecuación 7. Finalmente, el valor del yacimiento surge de calcular el valor actual de los flujos fondos desde $t=1$ hasta $t=31$, más el flujo de fondos libres del periodo 1 para cada escenario, descontados al tipo sin riesgo. Dicho valor es actualizado al presente empleando las probabilidades de transición de la rejilla trinomial (ecuación 5) calculadas con los parámetros correspondientes a la variable de estado cantidades (Q). El valor teórico producto de la valoración del yacimiento es de us\$ 230.582.777.

Conforme fue indicado, el valor a ofrecer el caso de emprender la estrategia 2, es un intermedio entre el máximo y mínimo valor a pagar. Se asume que la operación debe tener valor actual positivo para las partes: $VAN = [I - C]$. En el caso del vendedor, el ingreso es el pago recibido, y el costo representa el valor actual de la corriente de fondos a resignar por transferir

Tabla A.1: Valoración yacimiento perspectiva del vendedor

Periodo	Flujo según escenario de demanda		
	Alta	Media	Baja
1	\$ 3.300.000,00	\$ 1.980.000,00	\$ 660.000,00
2	\$ 11.220.000,00	\$ 6.600.000,00	\$ 3.300.000,00
3	\$ 13.200.000,00	\$ 11.220.000,00	\$ 4.620.000,00
4	\$ 16.500.000,00	\$ 13.200.000,00	\$ 6.600.000,00
5 hasta 31	\$ 314.285.714,29	\$ 251.428.571,43	\$ 226.285.714,29
$VA(1)+FF(1)$	\$ 298.775.458,71	\$ 236.696.149,28	\$ 199.860.478,64
$P(i)$	u 0,31775	m 0,30170	d 0,38051
	$VA(0)$ \$ 230.582.777,02		

el activo. En el caso del adquirente, el costo se encuentra representado por el pago y los ingresos están definidos por el valor actual de la estrategia.

Consecuentemente el valor mínimo es representado por el valor teórico estimado (us\$ 230.582.777). El máximo valor se obtiene mediante iteración planteando $0 = [VOR_{(t=0)} - V_{(t=0)}]$, sujeto a variar la inversión (I_0) bajo la siguiente restricción $[VOR_{(t=0)} = V_{(t=0)}]$.¹⁵ El resultado es de us\$ 374.367.955. El intervalo de negociación tiene los siguientes extremos: $[us\$ 374.367.955_{(max)}; us\$ 230.582.777_{(min)}]$. Consecuentemente la oferta del adquirente se posiciona en los us\$ 300.000.000.

Anexo II: Valoración de la estrategia 1 sin la opción de compra

El proceso de valuación corresponde al descrito en la secuencia de la ilustración 1, sin ejercicio de opción y manteniendo la estructura de costos de operaciones desde $t=5$ hasta $t=31$ correspondiente a la no adquisición. El valor de la estrategia sin ejercicio de opción es de us\$ 7.240.279.967.

Tabla A.2: Valoración estrategia 1 sin opción de compra (ecuación 13)

T=0	T=1		
	$p1$	\$ 10.458.450.820,58	$V=1 (FF1uu)+VA(Vuu)$ uu
	$p2$	\$ 8.895.820.481,06	$V=1 (FF1ud)+VA(Vud)$ ud
\$ 7.240.279.967,53	$p5$	\$ 7.646.292.522,53	$V=1 (FF1mm)+VA(Vmm)$ mm
	$p4$	\$ 6.994.734.525,49	$V=1 (FF1du)+VA(Vdu)$ du
	$p3$	\$ 5.949.629.033,87	$V=1 (FF1dd)+VA(Vdd)$ dd

¹⁵ En este caso se utilizó el complemento de MS Excel ® Solver.