SADAF
DOCENTES DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

XXXIII Jornadas Nacionales de Administración Financiera
Septiembre 2013

APLICACIÓN DE LÓGICA BORROSA PARA LA TOMA DE DECISIONES EN EL SECTOR FORESTAL
El método *fuzzy pay-off* (FPOM)

Gastón Silverio Milanesi

Universidad Nacional del Sur

Diego Broz

Universidad Nacional del Sur
IIESS CONICET

SUMARIO: 1. Introducción; 2. Reseña de los modelos probabilísticos y borrosos de opciones reales; 3. El método fuzzy pay-off (FPOM) y la valuación de la flexibilidad estratégica; 4. Valoración de una explotación forestal; 5. Conclusiones.

Para comentarios: milanesi@uns.edu.ar; diego.broz@uns.edu.ar

Resumen

Se presenta un modelo de lógica difusa para el análisis estratégico de inversiones el cual utiliza un esquema de posibilidad aplicando matemáticas borrosas y distribuciones triangulares. Para el análisis se utilizó tres escenarios forestales, base, pesimista y optimista y dos situaciones, ser propietario y ser inversor. Se genera un valor expandido borroso calculando el área positiva del número triangular dividiendo por el área total del mismo y luego multiplicando por la posibilidad media (*fuzzy*) del lado positivo de la distribución borrosa. Utilizando una técnica tradicional de valuación supone igual ponderación para los escenarios y rechazaría la inversión. El valor esperado expandido bajo la lógica borrosa indica que las dos situaciones son viables.

1. Introducción

Es importante contar con herramientas complementarias a los modelos de valuación de inversiones de capital (VAN, VOR, TIR), especialmente cuando el escenario es incierto y complejo. Debido a esto y a la necesidad de formalizar los conocimientos imprecisos surge la *lógica difusa* o *lógica fuzzy*, desarrollada por Lofti Zadeh (Zadeh, 1965), que usa la matemática borrosa (*fuzzy sets*) como teoría subyacente.

El primer camino para su desarrollo busca definir grados de incertidumbre (Landro, 2010), el segundo, escalas semánticas que caracterizan niveles de ambigüedad-vaguedad en términos de posibilidades adecuado para situaciones donde la falta de información transforma un panorama incierto en ambiguo (Fornero, 2012). La lógica borrosa aplicada a los modelos de valuación permite complementar el enfoque de valuación probabilística, trabajando en el marco de la posibilidad, tal vez más propicio desde el punto de vista semántico para la toma de decisiones empresariales (Kinnunen, 2010). Paralelamente los modelos de valoración de opciones borrosos permiten capturar el sesgo positivo propio del potencial valor correspondiente de la flexibilidad estratégica (Carlsson y Fuller, 2003). Rosales (2000) afirma que la información usada para estos métodos no requiere ser perfectamente estructurada, favoreciendo la aplicación en distintas situaciones.

En el área forestal es poco utilizado el método. Sin embargo, Liliadis (2005) utiliza un modelo difuso para el análisis de riesgo de incendios forestales; Mitra (1998) utiliza lógica difusa para predicción de erosión en una cuenca hidrográfica; Mendoza (1989) da una visión general e ilustrada de la planificación forestal en ambiente difuso. Dada la realidad del sector forestal, ésta se presenta como un sistema complejo y por ello se deben aplicar enfoques difusos a la hora de tomar decisiones.

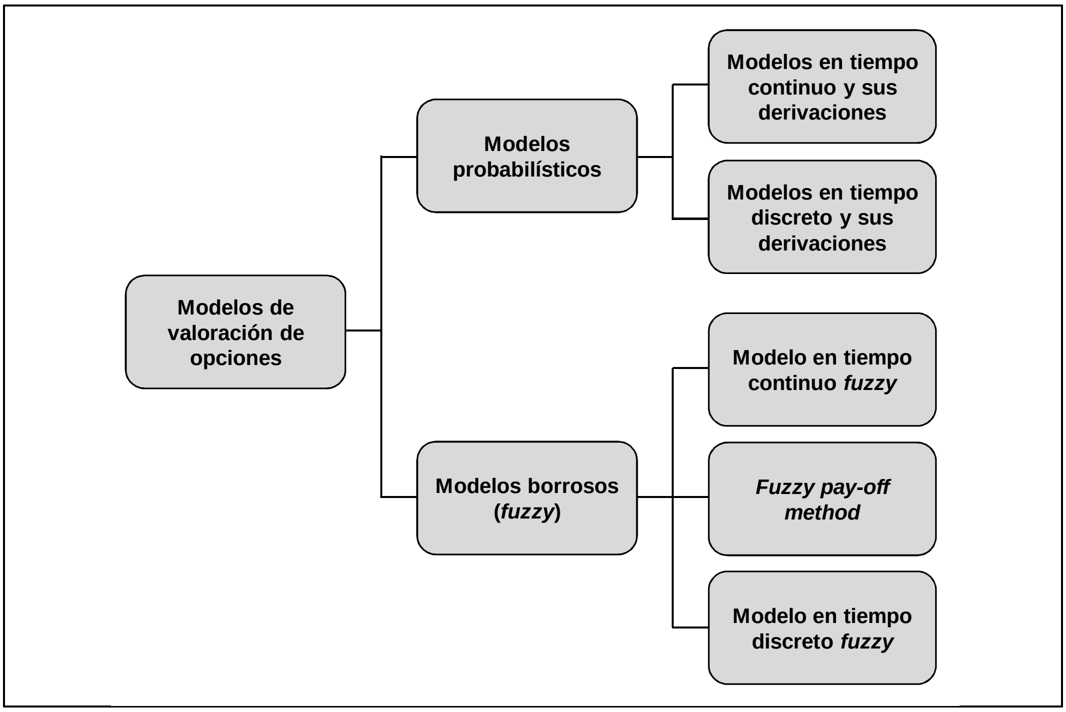
2. Reseña de los modelos probabilísticos y borrosos de opciones reales

A continuación se referencian los principales modelos y derivaciones de estos para valorar opciones reales. Con el objeto de trazar una línea divisoria según sea el enfoque estos son clasificados en probabilísticos y borrosos. El primer grupo, a su vez se divide en: (a) tiempo continuo y sus derivaciones donde se encuentran los desarrollos seminales de la Teoría de Opciones; (b) discretos donde las distintas variantes surgen mayoritariamente de las propuestas en el campo de las Opciones Reales. El segundo grupo se apoya en las nociones de conjunto borrosos y se clasifican en: (a) modelos continuos borrosos; (b) el método de flujos de fondos borrosos (*fuzzy payoff method*); (c) modelos binomiales borrosos. En la ilustración 1 se esquematiza la clasificación de modelo probabilísticos y borrosos para valuar opciones.

2.1 Modelos probabilísticos

a) Modelos en tiempo continuo y sus derivaciones: La teoría de opciones reales nace con el modelo de valoración para opciones europeas conocido como Black-Scholes y el posterior aporte de Merton (Black y Scholes, 1973; Merton, 1973). Varias han sido las transformación y adecuaciones desde su formulación original, estas han avanzado introduciendo modificaciones al proceso estocástico sobre el subyacente; incorporando cantidad de momentos estocásticos de orden superior, definiendo complejidad, características y estructura de la opción (exóticas-simples), introduciendo imperfecciones y efectos del mercado (apalancamientos del subyacente), entre otras (Dixit y Pindyck, 1994; Luherman, 1998; Copeland y Tufano, 2004; Baliero Filho y Rosenfeld, 2004; Hull, 2006; León, Mencia y Sentaria, 2007; Haug Gaarder, 2007; Wilmott, 2009).

Ilustración 1 Modelos de valoración de opciones probabilístico y borrosos



Los modelos en tiempo continuo mayoritariamente reconocen su campo de aplicación en la valoración de opciones financieras. No obstante existen métodos que derivan en sencillos algoritmos utilizando modelos en tiempo continuo para valorar opciones reales. Estos respetan los supuestos de cartera réplica del modelo Black-Merton-Scholes (BMS) empleando las técnicas de escenarios y simulaciones con el objeto de inferir la distribución de probabilidad de los posibles valores del subyacente. El valor de la flexibilidad estratégica surge del promedio de valores positivos asignando valor cero a los negativos (Datar y Mathews, 2004; Datar, Matews y Johnson, 2007).

b) Modelos en tiempo discretos y sus derivaciones: La valuación de la flexibilidad estratégica en proyectos de inversión, empresas en marcha y activos reales ha quedado reservada preferentemente para los modelos formulados en tiempo discreto. Son utilizados preferentemente en el planteo de modelos de decisión y en la mayoría de las aplicaciones de opciones reales (Trigeorgis, 1995; Trigeorgis, 1997; Luherman, 1998; Amram y Kulatilaka, 1998, Mun, 2004), reconociendo sus raíces en el clásico modelo binomial (Cox, Ross y Rubinstein, 1979).

Producto de su versatilidad se adapta a diferentes modalidades y adecuaciones según:

(a) se trabaje con rejillas o árboles (Brandao, Dyer y Hahn, 2005; Smith, 2005)
(b) sea binomial o trinomial (Rendleman y Bartter, 1979; Jarrow y Rudd, 1982; Boyle, 1988, Rubinstein, 2000; Jabbour, Kramin y Young, 2001)
(c) probabilidades objetivas o equivalentes ciertos y probabilidades implícitas (Rubinstein, 1994; Derman, Kani y Chriss, 1996; Arnold, Crack y Schwartz, 2004; Arnold y Crack, 2004)
(d) momentos estocásticos de orden superior y transformaciones aplicadas a la distribución binomial (Rubinstein, 1998; Haahtela, 2010; Milanesi, 2012)

(e) enfoques para la estimación de la volatilidad (*marketed asset disclaimer*, MAD, riesgos de mercados y privados volatilidades cambiantes) (Smith y Nau, 1995; Copeland y Antikarov, 2001; Haahtela, 2011)
(f) aplicaciones de Teoría de Juegos (Smit y Trigeorgis, 2004).

2.2 Modelos borrosos (*fuzzy*)

En esta categoría se agrupan los modelos que trabajan en un esquema de posibilidad aplicando matemáticas borrosas (*fuzzy*) (Zadeh, 1965; Dubois y Prade, 1980; Carlsson y Fuller, 2001). Los algoritmos de valoración y el análisis del riesgo se circunscriben al concepto de posibilidad y el empleo de la matemática borrosa (Fuller y Majlender, 2003, Kahraman, Ruan y Tolga, 2002). De este grupo resulta la adecuación de los modelos tradicionales de opciones (2.1) a la lógica de los conjuntos borrosos, clasificándose en:

a) *Modelo en tiempo continuo fuzzy* (MCF): En el clásico modelo de Black-Merton-Scholes (BMS) se utilizan las nociones de conjuntos borrosos para valorar opciones financieras o reales. Se supone comportamiento borroso mediante el uso de números trapezoidales con el objeto de describir los posibles valores del subyacente (activo financiero o real) y precios de ejercicio respectivamente (Carlsson y Fuller, 2003; Carlsson, Fuller, Heikkila y Majlender, 2007).

b) *Fuzzy pay-off method* (FPOM): desarrollado por Collan, Fullér y Mezei (2009) quienes emplean la técnica de escenarios trabajando con distribuciones triangulares y valiéndose de las matemáticas borrosas (*fuzzy*). El valor de la opción surge del producto entre el cociente representativo del área de valores positivos sobre el área total de posibles valores del triángulo y el valor posible medio del escenario borroso. Los resultados obtenidos con el presente método son consistentes con el método desarrollados por Datar y Mathews (2004) y Datar, Matews y Johnson (2007).

c) *Modelos en tiempo discreto fuzzy* (MDF): Consiste en adaptar el tradicional modelo binomial a la lógica borrosa. Esos permiten operar y definir la ambigüedad propia del subyacente con números borrosos triangulares o trapezoidales; en particular para estimar los movimientos ascendentes y descendentes (Muzzioli y Torricelli, 2004; Yoshida, Yasuda, Nakagami y Kurano, 2006; Garcia Sastre y Roselló Miralle, 2007; Zdnek, 2010; Liao y Ho S, 2010; En Shine Yu, Ming, Li y Chen, 2011).

3. El método *fuzzy pay-off* (FPOM) y la valuación de la flexibilidad estratégica

El modelo emplea la lógica borrosa y la técnica de escenarios para valorar la flexibilidad estratégica de la inversión y el valor expandido. Para calcular el valor expandido (*valor actual neto base más el valor de las opciones reales*) se utilizan escenarios correspondientes a los flujos de fondos operativos proyectados creando una distribución de *posibilidad*. Los flujos de fondos proyectados se transforman en un número borroso. En este caso el mejor escenario se forma combinando el máximo ingresos proyectado con el mínimo costo esperado y recíprocamente para el peor escenario. El caso base del número triangular es el valor proyectado inicialmente en condiciones normales.

La estimación del valor expandido se obtiene ponderando los valores actuales netos (VAN) positivos (VAN > 0) por su posibilidad esperada. Los valores negativos se les asigna valor cero (VAN <0; →0), ya que la flexibilidad estratégica permite dar por finalizado el proyecto y evitar futuras inversiones en la inversión con valor negativo.

La ecuación [1] se utiliza para estimar el valor expandido, fue propuesta por Collan *et al*, (2009).

$$\mathrm{VEEB} = \frac{\int_0^{\infty} \mathrm{A(x)dx}}{\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{A(x)dx}}\ \mathrm{E(A_+)} \qquad \textit{(Ec 1)}$$

El valor expandido esperado borroso (VEEB) se obtiene calculando el área positiva del número triangular dividiendo por el área total del mismo y luego multiplicando por la posibilidad media (*fuzzy*) del lado positivo de la distribución borrosa. Los autores derivan cuatro ecuaciones para estimar la media borrosa dependiendo de los diferentes puntos de corte. Estos se determinan dependiendo si a, α y β [1] se encuentran por encima o debajo de cero (VAN = 0).

En el primer caso la distribución de posibilidad se encuentra por encima del valor cero, por ende el valor medio del área positiva se define mediante la [2].

$$\mathrm{E(A_+)} = \mathrm{a} + \frac{\beta-\alpha}{6} \qquad \textit{(Ec 2)}$$

En el segundo caso la distribución de posibilidad parcialmente se encuentra por debajo de cero, es decir a se encuentra por encima de cero pero (a - α) se encuentra por debajo, tal que (a-$\alpha < 0 < a$). El valor medio del área positivo se puede calcular mediante la [3].

$$\mathrm{E(A_+)} = \mathrm{a} + \frac{\beta-\alpha}{6} + \frac{(\alpha-\mathrm{a})^3}{6\alpha^2} \qquad \textit{(Ec 3)}$$

En el tercer caso el centro se encuentra debajo de cero ($a < 0$) pero a+β está por encima de cero, ($a < 0 < a+\beta$). El valor medio del área positiva se define mediante la [4].

$$E(A_+) = \frac{(\alpha+\beta)^3}{6\alpha^2} \qquad \textit{(Ec 4)}$$

En el cuarto caso corresponde cuando toda la distribución está por debajo de cero, en este caso no existe flexibilidad estratégica para explotar valores positivos por lo que el proyecto debe desecharse. Por lo tanto el valor medio del área positiva se expresa mediante la [5].

$$E(A_+) = 0 \qquad \textit{(Ec 5)}$$

Los cuatro casos del FPOM se sintetizan en la tabla 1.

Tabla 1 El modelo FPOM valores posibles y ecuaciones

Casos	*Valores Posibles*	*VAN borroso Opciones E(A+)*
1	*0 < (α-a)*	*a+(β-α)/6*
2	*(α-a) < 0 < a*	$a+(\beta-\alpha)/6+(\alpha-a)^3/6\alpha^2$
3	*A < 0 < a+β*	$(a+\beta)^3/6\beta^2$
4	*a+β < 0*	*0*

4. Valoración de una explotación forestal

Para el desarrollo del modelo se utiliza como caso la valuación de un proyecto de inversión forestal, en el cual se simularon mediante SisPinus (EMBRAPA-FLORESTAS) el crecimiento y producción forestal (Oliveira, 2011) con un horizonte de 20 años, generando de esta manera tres escenarios de manejo de *Pinus sspp* con una superficie de 38 hectáreas, posteriormente se obtuvo los tres flujos de fondo correspondiente a un escenario favorable, desfavorable y uno base.

[1] a, α y β representan las valores de la abscisa de la distribución triangular.

El trabajo tiene por objeto ilustrar la valoración de una explotación forestal y la flexibilidad estratégica de abandono del proyecto (venta) cuando el posible escenario develado arroja un valor económico negativo de continuar el proyecto. Para ello se utiliza el método de flujo de fondos borroso para valorar opciones reales (*Fuzzy Pay-Off Method*, FPOM) (Collan *et al*, 2009).

4.1 Resultados y discusión

En la tabla 2 se presentan los ingresos, costos y flujo de fondo de los escenarios estudiados.

Tabla 2. Información base de los tres escenarios estudiados

T	*BASE*			*FAVORABLE*			*DESFAVORABLE*		
	Ingresos	*Costos*	*Flujo Fondos*	*Ingresos*	*Costos*	*Flujo Fondos*	*Ingresos*	*Costos*	*Flujo Fondos*
0	0	144.378	-144.378	0	115.819	-115.819	0	172.938	-172.938
1	0	176.373	-176.373	0	140.497	-140.497	0	212.250	-212.250
2	0	107.515	-107.515	0	87.376	-87.376	0	127.654	-127.654
3	0	86.799	-86.799	0	71.397	-71.397	0	102.202	-102.202
4	18.135	56.636	-38.501	63.066	49.097	13.969	0	19.400	-19.400
5	140.658	62.683	77.975	274.728	19.400	255.328	20.154	19.400	754
6	330.495	19.400	311.095	512.647	106.693	405.953	74.655	19.400	55.255
7	538.338	19.400	518.938	580.135	19.400	560.735	149.481	90.948	58.533
8	804.196	131.319	672.877	889.820	147.480	742.340	227.881	19.400	208.481
9	722.844	19.400	703.444	1.016.385	19.400	996.985	335.003	19.400	315.603
10	984.069	19.400	964.669	1.416.958	19.400	1.397.558	477.947	19.400	458.547
11	1.232.032	19.400	1.212.632	1.823.842	19.400	1.804.442	606.359	19.400	586.959
12	1.512.265	19.400	1.492.865	2.232.820	19.400	2.213.420	741.787	19.400	722.387
13	1.780.687	19.400	1.761.287	2.628.867	19.400	2.609.467	880.086	19.400	860.686
14	2.086.536	19.400	2.067.136	3.016.971	19.400	2.997.571	1.048.927	19.400	1.029.527
15	2.362.745	19.400	2.343.345	3.389.436	19.400	3.370.036	1.207.881	19.400	1.188.481
16	2.700.899	19.400	2.681.499	3.734.726	19.400	3.715.326	1.344.264	19.400	1.324.864
17	2.999.003	19.400	2.979.603	4.076.146	19.400	4.056.746	1.488.341	19.400	1.468.941
18	3.272.846	19.400	3.253.446	4.436.494	19.400	4.417.094	1.627.640	19.400	1.608.240
19	3.539.899	19.400	3.520.499	4.753.709	19.400	4.734.309	1.781.890	19.400	1.762.490
20	3.799.886	575.559	3.224.327	5.062.442	548.554	4.513.887	1.945.280	460.672	1.484.608

Se propuso analizar dos situaciones: a) se es propietario del rodal; b) no se es propietario del rodal y estas constituyen la inversión inicial del proyecto. Los datos adicionales para estimar el valor actual neto en cada escenario corresponden a la tasa libre de riesgo (*rf*), prima por riesgo (*PR*), costo del capital (*k*)[2], el costo de adquisición de la parcela por hectárea (*u$/ha*), el tipo de cambio peso-dólar estadounidense (*u$/$*), hectáreas (*ha*) y valor de la inversión inicial en el caso b); estos son expuestos en la siguiente tabla 3.

[2] El costo del capital (*k*) se determina aplicando CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) donde se supone un coeficiente β=1.

Tabla 3 Variables para la estimación del valor actual de los flujos de fondos proyectados

Escenarios	*rf*	*PR*	*k*	*u$/hs.*	*u$/$*	*hs.*	*Inversión inicial*
Favorable	11%	12%	23%	5.500	4,80	38	-820.800
Base	11%	16%	27%	5.000	5,10	38	-872.100
Desfavorable	11%	20%	31%	4.500	6,80	38	-1.162.800

Los valores actuales del flujo de fondos en cada escenario para los supuestos de ser propietario o adquirente de la parcela se aprecian en la tabla 4.

Tabla 4 Valor actual neto por escenario Propietario (a) y Adquirente (b)

Escenarios	*Propietario (a)*	*Adquirente (b)*
	VAN	*VAN*
Favorable	1.881.583	878.382,68
Base	664.921	-304.079,13
Desfavorable	-168.405	-1.331.205
VAN Promedio	**792.700**	**-252.300**

Tradicionalmente para estimar el valor esperado del proyecto se ponderan los resultados obtenidos en cada escenario por su probabilidad de ocurrencia, así suponiendo iguales ponderaciones para cada escenario los valores esperados promedio son de $ 792.700 (a) y -$ 252.300 (b). Según estos valores en el caso de adquirir del rodal (b) el proyecto tiene valor negativo y por lo tanto se desecha la alternativa de inversión. Cabe destacar que esta manera de valorar la decisión de inversión no considera la flexibilidad estratégica de abandono del proyecto ante la ocurrencia de escenarios vinculados a valores negativos.

La flexibilidad estratégica del proyecto reside en la posibilidad de abandono ante valores actuales negativos. Conforme se puede apreciar en el caso de ser propietario (a); el proyecto toma valores negativos si el escenario es desfavorable, sin embargo, en la situación de adquirir la parcela (b), los posibles valores negativos acontecen para el caso base y desfavorable respectivamente. En el modelo objeto de estudio nos encontramos frente al caso 2 y 3 respectivamente[3] (Ecuaciones [3] y [4]).

Disponiendo de los valores del proyecto en cada escenario se procede a construir el número borroso triangular que representa el espectro de posibles resultados. Para ello se determinan las distancias entre el centro (escenario más probable, a) y los extremos del número borroso triangular (NBT); (optimista; $a+\beta$) y (pesimista; $a-\alpha$). El área representa el espacio de posibles valores que puede asumir el proyecto. En tal sentido es una descripción del conjunto de posibilidades al que se enfrenta el agente, en condiciones de ambigüedad de información. En la tabla 5 y el gráfico 1 se expone e ilustra los valores extremos para cada caso propuesto.

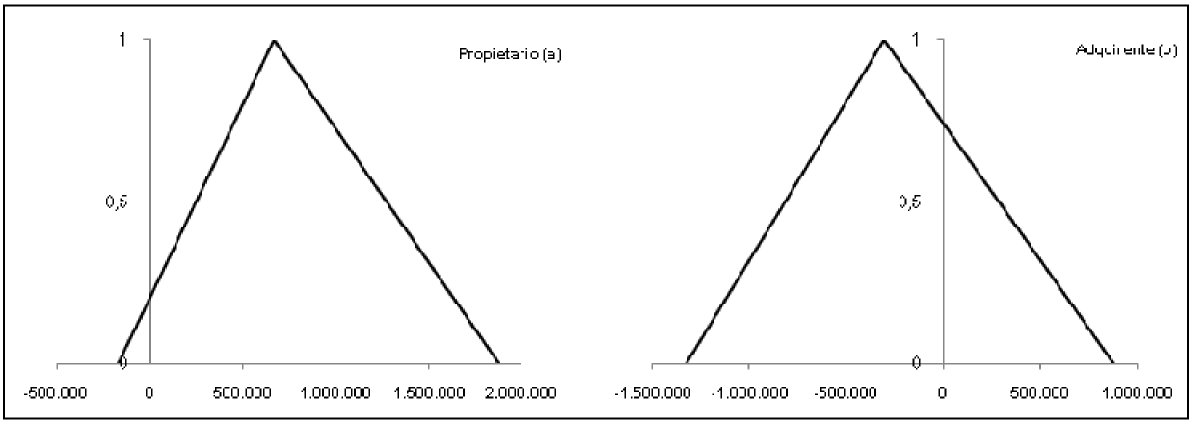
Con la información disponible ya se está en condiciones de valorar el proyecto empleando. En la tabla 1 es presentada la expresión que permite estimar el valor esperado del proyecto $E(A^+)$. El valor borroso esperado de la opción real surge de la ecuación [1]. En el primer caso los asociados a escenarios son todos positivos, conduciendo a la aceptación de la inversión. En

[3] Los casos extremos 1 (valores positivos en todos los escenarios) y 4 (valores negativos en todos los escenarios) no son presentados ya que carecen de interés. En el primer extremo todos los valores posibles son positivos conduciendo a la aceptación de la decisión de inversión. El segundo extremo conduce indefectiblemente al rechazo cualquiera sea el escenario estudiado.

Tabla 5. Número borroso triangular en los posibles casos (a) Propietario y (b) Adquirente

NBT	*Propietario(a) Caso 2*	*Adquirente(b) Caso 3*
β	1.216.661	1.182.461
α	833.325	1.027.125
a	664.920	-304.079
β+a	1.881.583	878.382
a-α	-168.405	-1.331.205

Ilustración 2 NBT correspondiente a los casos posibles



el cuarto caso son todos negativos, no existe valor añadido producto de la flexibilidad estratégica y se rechaza directamente la inversión. Los casos analizados son los intermedios, en donde se presentan valores positivos y negativos del proyecto en los escenarios. En estos el valor correspondiente a las opciones del proyecto (abandono ante flujos negativos) está dado por el área positiva del triángulo de posibles valores (figura 1).

En la tabla 6 se expone el valor esperado expandido bajo la lógica borrosa del modelo FPOM aplicado al proyecto forestal.

Tabla 6 Valor Esperado Expandido (VEE) Propietario(a) y Adquirente (b)

VEEB	*Propietario (a)*	*Adquirente (b)*
λ(+) (área positiva)	608.331	591.231
λ(-) (área negativa)	416.663	513.563
λ(+)/(λ(+)+λ(-)	*0,593*	*0,535*
E(A+)	730.611	80.784
Ecuaciones	[3]	[4]
VEEB= E(A+)λ	***433.615***	***43.232***

A diferencia de los resultados obtenidos en la tabla 5, al considerar la flexibilidad estratégica de abandono el proyecto es viable económicamente en ambas situaciones al ser (a) un valor esperado de $ 433.615 y al ser (b) uno de $ 43.232. En cada caso el valor neto de la flexibilidad estratégica (opciones) surge de la diferencia entre el valor expandido esperado borroso (VEEB) y el valor actual (VANB) del escenario base, en este caso $ 730.610 para (a) y $ 80.784 para (b).

5. Conclusiones

Se expuso un modelo para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre el cual combinado con una técnica de valoración como valor actual neto (VAN) u opciones reales (VOR) fortalece la decisión de inversión otorgando flexibilidad estratégica al proyecto.

Se puede ver la importancia de la herramienta aplicada al caso, ya que si analizamos el proyecto solamente con valor actual el mismo descartaría la alternativa de adquiriente (inversor) debido a sus valores negativos de $ 252.300,dado que en este caso se supone igual ponderación en los tres escenarios, sin embargo analizando mediante la técnica probabilística, determinamos que el proyecto puede ser aceptado ya que su valor expandido borroso es de $ 43.232, este es obtenido mediante la posibilidad media ponderada y el valor esperado del proyecto.

Se recomienda avanzar en el desarrollo del modelo probabilístico ajustándolo a otro tipo distribución al utilizado por Collan *et al* (2009).

REFERENCIAS

Amram, M- Kulatilaka, N. (1998). *Real Options* (1 ed.). Boston, Masachussets, Estados Unidos: Harvard Business School Prees.

Arnold, T- Crack, T. (2004). Using the WACC to Value Real Options. *Financial Analysts Journal*(60), 78-82.

Arnold, T- Crack, T- Schwartz, A. (2004). *Implied Binomial Trees in Excel whitout VBA.* SSRN: Social Science Research NetWork .

Baliero Filho; R-Rosenfeld,R. (2004). Testing Option Pricing with Edgeworth Expansion. *Physica A: Statistical Mechanis an its Application, 344*, 484-490.

Black, F- Scholes, M. (Mayo-Junio de 1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 637-659.

Boyle, P. (1988). A lattice framework for option pricing with two state variables. *Journal of Finance and Quantitative Analysis, 23*, 1-12.

Brandao, L- Dyer, J- Hahn, W. (2005). Using Binomial Decision Trees to Solve Real Options Valuations Problems. *Journal of Decision Analysis*(2), 69-88.

Brandao, L- Dyer; J. (2009). Projetos de Opcoes Reis com Incertezas Correlacionadas. *Revista de Administracao e Contabilidade da Unisinos*(1), 19-26.

Carlsson, C-Fuller, R. (2001). On Possibilistic Mean Value and Variance Fuzzy Numbers. *Fuzzy Sets and Systems*(122), 772-777.

Carlsson, C-Fuller, R. (2003). A Fuzzy Approach to Real Option Valuation. *Fuzzy Sets and Systems*(139), 315-326.

Carlsson, C-Fuller, R-Heikkila, M-Majlender,P. (2007). A Fuzzy Approach to R&D Project Portfolio Selection. *Interntational Journal of Approximating Reasoning*(44), 93-105.

Cochrane, J. (2005). *Asset Pricing* (2 ed.). Princeton: Princeton University Press.

Collan, M- Fullér, R-Mezei, J. (2009). Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. *Journal of Applied Mathematics and Decision Systems, ID 238196*, 1-14.

Copeland, T- Antikarov, V. (2001). *Real Options* (1 ed.). New York: Texere LLC.

Copeland, T- Tufano, P. (2004). A Real World to Manage Real Options. *Harvard Business School Review*(82), 90-99.

Cox, J- Ross, S-Rubinstein, M. (Septiembre de 1979). Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 229-263.

Datar, V- Matews, S-Johnson, B. (2007). A Practical Method for Valuing Real Options: The Boeing Approach. *Journal of Applied Corporate Finance, 19*, 95-104.

Datar, V- Mathews, S. (2004). European Real Options: An intuitive Algorithm for the Black-Scholes Formula. *Journal of Applied Finance, 14*, 7-13.

Derman, E-Kani, I-Chriss, N. (February de 1996). Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile. (Goldman-Sachs, Ed.) *Quantitative strategies research notes,*.

Dixit, A- Pindyck, R. (1994). *Investment under Uncertainty* (1 ed.). New Jersey: Pricenton University Press.

Dubois, D-Prade, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems.* New York: Academic Press.

En Shine Yu, S-Ming, H-Li, Y-Chen Yuan. (2011). A novel option pricing model via fuzzy binomial decision tree. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 7*(2), 709-718.

Fornero, R. El valor de los proyectos de Inversión con estimaciones probabilísticas y borrosas. *XXXII Jornadas Nacionales de Administración Financiera, XXXII*, 83-135.

Fuller, R-Majlender, P. (2003). On Weigthed Possibilistic Mean and Variance of Fuzzy Numbers. *Fuzzy Sets and Systems*(136), 363-374.

Garcia Sastre, M. -Roselló Miralles, M. (2007). La lógica borrosa para valorar la incertidumbre en la técnica de valoración de opciones reales. (A. E. (AEDEM), Ed.) *DIALNET OAI Articles, http://dialnet.unirioja.es/servlet/oaiart?codigo=2499409*, 1-22.

Haahtela, T. (2010). *Displaced Diffusion Binomial Tree for Real Option Valuation.* SSRN: Social Science Research Network.

Haahtela, T. (2010). Recombining Trinomial Tree for Real Option Valuation with Changing Volatility. *SSRN-Social Science Research Network.*

Haahtela, T. (2011). *Estimating Changing Volatility in Cash Flow Simulation Based Real Options Valuation with Regression Sum of Squared Error Method.* SSRN: Social Science Research Network.

Haug Gaarder, E. (2007). *Derivatives: Models ond Models* (1 ed.). Chichester : John Wiley & Sons.

Hull, J. (2006). *Futures, Options and other Derivatives* (6 ed.). New Jersey: Prentice Hall.

Jabbour, G-Kramin, M-Young, S. (Noviembre de 2001). Two-state Option Pricing: Binomial Models Revisited. *Journal of Futures Markets, 21*, 987-1001.

Jarrow, R-Rudd, A. (1982). Aproximate option valuation for arbitrary stochastic processes. *Journal of Financial Economics, 10*, 347-369.

Kahraman,C-Ruan, D-Tolga,E. (2002). Capital Budgeting Techniques using Discounted Fuzzy versus Probabilistics Cash Flow. *Information Science*(142), 57-76.

Kinnunen, J. (2010). *Valuing M&A Synergies as (Fuzzy) Real Options.*Abo Akedimi University.

Kinnunen, J. (2010). Valuing M&A Synergies as (Fuzzy). Proceedings of the 14th Annual International Conference on Real Options, Rome, Italy, June 16-19. http://www.realoptions.org/papers2010/238.pdf

Landro, A. (2010). *Acerca de la Probabilidad: La interpretación del concepto de azar y la definición de probabilidad.* Buenos Aires: Centro de Investigaciones en Econometría Facultad de Ciencias Económicas UBA.

León, A- Mencia, J- Sentaria, E. (2007). Parametric Properties of Semi-Nonparametric Distributions, with application to Options Valuation. *Documento de Trabajo 0707 Banco de España*, 9-30.

Liao, S-Ho, S. (2010). Investment Project Valuation based on a Fuzzy Bionomial Approach. *Information Sciences*(180), 2124-2133.

Liliadis, L. S. (2005). A decision support system applying an integrated fuzzy model for long-term forest fire risk estimation. Environmental Modelling & Software, vol. 20, pp. 613 – 621.

Luherman, T. (1998). *Investment Science* (1 ed.). New York: Oxford University Press.

Luherman,T. (1998). Investment Opportunities as Real Options: Get started with the numbers. *Harvard Business Review*(4), 51-67.

Machain, L. (2011). *Simulación de Modelos Financieros* Editorial Helemm, San Lorenzo, Argentina, Mendoza, G. A.; Sprouse, W. (1989). Forest planning and decision making under fuzzy environments: an overview and illustration. Forest Science, vol. 5, pp. 481-502.

Merton, R. (Primavera de 1973). The Theory of Rational Options Princing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 141-183.

Milanesi, G. (2012). Opciones Reales: el Método Binomial, Asimetría y Curtosis en la Valoración de Empresas de Base Tecnológica. *Revista Española de Capital de Riesgo*(2), 41-55.

Mitra, B., Scott, H. D., Dixon, J.C., McKimmey, J.M. (1998). Applications of fuzzy logic to the prediction of soil erosion in a large watershed. Geoderma, vol. 86, pp. 183-209.

Mun, J. (2004). *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions* (1 ed.). New York: Wiley.

Muzzioli, S-Torricelli, A. (2004). A Multiperiod Binomial Model for Pricing Options in a Vague World. *Journal of Economics and Dynamics Control*(28), 861-867

Olivera, E., (2011): Softwares para manejo e análise econômica de plantações florestais. Embrapa Florestas. Brasil.http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/898050/1/Doc216.pdf

Rendleman, R-Bartter, B. (1979). Two-state Option Pricing. *Journal of Finance*(34), 1092-1110.

Rosales, P. P. (2000). Propuesta de Lógica Difusa para la toma de decisiones. Política y cultura, Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal, vol. 13, pp 97-112.

Rubinstein, M. (3 de 1994). Implied Binomial Trees. *Journal of Finance*, *49*, 771-818.

Rubinstein, M. (1998). Edgeworth Binomial Trees. *Journal of Derivatives*(5), 20-27.

Rubinstein, M. (2000). *On the Relation Between Binomial and Trinomial Option Pricing Model.* Berkeley, Research Program in Finance-292. California: UC Berkeley.

Smit, H-Trigeorgis, L. (2004). *Strategic Investment: Real Options and Games* (1 ed.). New Jersey, Estados Unidos: Princeton University Press.

Smith, J. (2005). Alternative Approach for Solving Real Options Problems. *Decision Analysis*(2), 89-102.

Smith, J-Nau, R. (1995). Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Anaysis . *Management Science*(5), 795-816.

Trigeorgis, L- Mason, S. (1987). Valuing Managerial Flexibiliy. *Midland Corporate Finance, 5*, 14-21.

Trigeorgis, L. (1988). A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting. *Advances in Futures and Options Research*(4), 145-167.

Trigeorgis, L. (1995). *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications* (1 ed.). London, United Kindgon: Praeger.

Trigeorgis, L. (1997). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocations* (2 ed.). Cambridge: MIT Press.

Wang, A-Halal, W. (2010). Comparision of Real Asset Valuation Models: A Literature Review. *International Journal of Business and Management*(5), 14-24.

Wilmott, P. (2009). *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance* (Segunda ed.). United Kingdom: John Wiley & Sons.

Yoshida, Y-Yasuda, M-Nakagami, J-Kurano, M. (2006). A New Evaluation of Mean Value for Fuzzy Numbers and its Application to American Options under Uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*(157), 2614-2626.

Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information Control, 3*(8), 338-353.

Zdnek Zmeskal. (2010). Generalised Soft Binomial American Real Option Pricing Model. *European Journal of Operational Research*(207), 1096-1103.

Zdnek, Z. (2010). Generalised Soft Binomial American Real Option Pricing Model. *European Journal of Operational Research*(207), 1096-1103