# OPCIONES REALES
# Un enfoque amigable y operativo

**Fabio Rotstein**
**Gastón S. Milanesi**
**Juan I. Esandi**
**René D. Perotti**
**Anahí Briozzo**

*Universidad Nacional del Sur*



Para comentarios: frotstein@uns.edu.ar
milanesi@uns.edu.ar
jesandi@uns.edu.ar
rperotti@uns.edu.ar
abriozzo@uns.edu.ar

## 1. OBJETIVOS DEL TRABAJO

El propósito del siguiente trabajo consiste en presentar una metodología para el análisis de valuación de activos reales con opciones estratégicas. Se realizará una exposición de los pasos a seguir para resolver opciones reales con la aplicación de rejillas estratégicas. El trabajo sigue el planteo presentado por Mun (2006), haciendo hincapié en cuestiones inherentes a la resolución del modelo, tratando de clarificar aspectos matemáticos comunes en la resolución de este tipo de problemas y con algún grado de esfuerzo tendiente a captar sus ‘aspectos intuitivos’.

Este trabajo forma parte del Proyecto de Investigación con acreditación externa: ‘*Concebir y desarrollar un manual integral de evaluación económico-financiera de proyectos de inversión en activos reales, desde la óptica de inversores privados, que responda a enfoques modernos, informatizados y de especial aplicación a pequeñas y medianas empresas de Argentina*’. El Grupo de Investigación está integrado por: Fabio Rotstein (director), Juan I. Esandi, Gastón S. Milanesi, René D. Perotti e Ignacio Tróccoli. El presente trabajo fue totalmente financiado por la Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina. Queremos destacar la participación especial de la Lic. Anahí E. Briozzo.

La presentación tiene un fin didáctico. Se procura facilitar la comprensión de un tema el que los estudiantes generalmente encuentran dificultades debido al uso de complejas herramientas matemáticas y estadísticas. A menudo, el esfuerzo por seguir desarrollos formales relega a un segundo plano, cuestiones fundamentales relacionadas con el enfoque propio de las finanzas.

Además de conformar una propuesta didáctica, se persigue un fin práctico, intentando alentar una prudente adopción del enfoque en la resolución de problemas de empresas a través de la exposición detallada de los pasos a seguir para su aplicación. La aplicabilidad de la técnica representa un incentivo adicional para el alumno, y por lo tanto, un herramienta práctica refuerza la efectividad de la propuesta didáctica, al renovar las expectativas por parte de quien se dispone a asignar tiempo y esfuerzo a un tema habitualmente complejo y que suele ser percibido por la mayoría de la estudiantes como una elegante especulación teórica con potencial de desarrollo a muy largo plazo.

En resumen, el siguiente trabajo procura desarrollar una propuesta didáctica y aplicable para la resolución de problemas de valuación activos con opciones reales (OR). Tras hacer una breve mención de las principales técnicas cuantitativas para la valuación de opciones, se realizará una descripción del enfoque desarrollo de rejillas a partir de la aplicación de un proceso estocástico binomial[1]. La exposición se realiza en nueve pasos. Los cinco primeros, conforman la etapa de planteo del modelo; los cuatro restantes, describen el camino para su resolución y análisis. A efectos de ilustrar la exposición, se presenta la aplicación de la metodología a un sencillo ejemplo; acompañado de un modelo de resolución en hoja de cálculo.

## 2. ENFOQUES PARA EL ANALISIS DE OPCIONES REALES

Siguiendo a Mun (2006), se puede distinguir dos grandes ramas metodológicas para el análisis de OR: modelos cerrados y modelos abiertos. En la primera variedad de modelos, el principal referente es la conocida fórmula de valuación de Black y Scholes. Dado un conjunto de supuestos, el problema puede ser resuelto en forma analítica y su resultado se refleja en una fórmula matemática que refleja el valor de la opción. Su aplicación se limita a tomar como válido los supuestos del modelo, estimar los parámetros relevantes y calcular el valor de la opción mediante la aplicación de la fórmula respectiva. Este enfoque presenta ciertas ventajas como la exactitud, la fácil implementación, la rapidez en la resolución, la elegancia formal. En contraposición, su principal dificultad es la complejidad matemática y la dificultad tanto para captar como para explicar el proceso de resolución.

Por otra parte, el rasgo que distingue a los modelos abiertos, consiste en la construcción de rejillas del valor de la opción real. Su principal ventaja con respecto a los modelos cerrados es la flexibilidad para adaptarse a distintos tipos de situaciones, su mayor simplicidad matemática y relativa facilidad para explicar sus resultados. El enfoque de desarrollo de rejillas presenta dos vías principales de resolución que en teoría deben conducir a idénticos resultados. Una de las vías consiste en la utilización de carteras de activos con cotización en el mercado que repliquen los resultados de la opción bajo análisis. Bajo el supuesto de mercados eficientes, sin oportunidades persistentes de arbitraje, el precio de la cartera réplica refleja el valor de la opción. La segunda vía de resolución de modelos abiertos, es conocida como método de probabilidades neutrales al riesgo. En realidad, como se verá más adelante, consiste en un método que combina el enfoque de árboles de decisión con el enfoque de equivalente cierto. Por el momento, se ahorran detalles, por cuanto el siguiente trabajo consiste en exponer la aplicación de esta segunda vía de resolución de modelos con desarrollo de rejillas.

---

[1] Por tratarse de una versión preliminar, se omite en esta primera versión una introducción sobre opciones reales. Prácticamente todos los manuales actuales de finanzas presentan una sección destinada a introducir conceptos básicos sobre el tema. En particular, se recomienda la lectura del trabajo de Ricardo Fornero, Valor de las opciones reales, de los proyectos de inversión y de la empresa (2004).

## 3. UNA APROXIMACION INTUITIVA

Dado que el siguiente trabajo intenta ser una propuesta didáctica, un buen punto de partida podría ser relacionar el nuevo concepto con los conocimientos generales sobre Finanzas. Una opción es un activo financiero y en principio, su valor no es una excepción a la regla de valuación clásica de cualquier activo. El valor teórico de una opción es igual al valor actual de los flujos de fondos esperados para su poseedor. Un simple ejemplo extraído de Lamothe Fernandez (1993) refleja esta simple idea. La tabla inferior exhibe los posibles precios al vencimiento de un activo. Se plantea el problema de valuar una opción de compra sobre el activo con precio de ejercicio igual a 100, siendo la tasa de interés del 12% anual. Los flujos esperados del poseedor de la opción serán los valores intrínsecos, definidos por la diferencia entre el precio del subyacente al vencimiento ($S_T$) y el precio de ejercicio ($X$ = 100). Debajo de la tabla, se resuelve el valor actual de la opción según los parámetros del ejemplo.

| Precio Subyacente al vencimiento ($S_T$) | Probabilidad (p) | Valor intrínseco (S-X = S-100) |
|---|---|---|
| 70 | 2% | 0 |
| 80 | 8% | 0 |
| 90 | 20% | 0 |
| 100 | 40% | 0 |
| 110 | 20% | 10 |
| 120 | 8% | 20 |
| 130 | 2% | 30 |

$$C(S,100)=\frac{1}{1+0,12}*\left(0*0,02+0*0,08+0*0,2+0*0,4+0,1*20+0,2*0,08+0,3*0,02\right)=3,75$$

Ref.: Lamothe Fernandez (1993)

Como se puede advertir, en lo esencial, no hay nada nuevo en el valor de un activo. Como señala Lamothe Fernandez (1993, pág. 64), "…Los modelos que se usan en los mercados de opciones, por muy sofisticados y complejos que parezcan, utilizan exactamente los mismos principios". Una opción real vale el equivalente al valor actual de los flujos esperados para su propietario. La dificultad mayor consiste en determinar:

(1) Precios del subyacente (Proyecto) al vencimiento: denominado Valor Intrínseco (libre elección entre ejercer o no ejercer la opción)

(2) Distribución de probabilidad del Subyacente al vencimiento

## 4. UN EJEMPLO SENCILLO

Para ilustrar los conceptos, se acompañara el desarrollo de la metodología siguiendo un ejemplo expuesto por (Mun, 2006; Pág. 163). El mismo expone el caso de un laboratorio farmacéutico que evalúa el inició de un proyecto de investigación de 5 años para el desarrollo de una droga. El proyecto presenta un elevado nivel de incertidumbre debido al incierto progreso de los estudios, los resultados de pruebas preliminares, el desarrollo del mercado, la aprobación de venta por parte de las autoridades de salud y la reacción de los competidores. La dirección de la empresa decide realizar evaluaciones anuales durante el tiempo de investigación, para eventualmente abandonar el programa si el mismo no arrojase resultados satisfactorios. El laboratorio tiene un acuerdo contractual con una empresa farmacéutica a través del cual puede vender los derechos de propiedad para la producción y venta de la droga, durante el período que duré el proceso de investigación. El problema consiste en estimar el valor de la opción de abandono del proyecto.

## 5. METODOLOGIA PARA LA APLICACIÓN DE REJILLAS ESTRATEGICAS

A partir de esta sección, se expone la metodología de valoración de opciones a través del enfoque de desarrollo de rejillas estratégicas presentado por Mun (2006). El enfoque se desarrolla en dos etapas. La primera apunta, en cinco pasos, a conformar el modelo que representa el proyecto. La etapa siguiente resuelve el valor teórico del proyecto, de acuerdo a los supuestos escogidos en la primera parte y aplicando la técnica de inducción hacia atrás y coeficientes de equivalentes a certeza (más conocidas como probabilidades neutrales al riesgo, aunque en teoría no representen probabilidades).

*Primera etapa: Planteo del Modelo*

Paso 1: Cálculo del VAN del Proyecto (Subyacente)
Paso 2: Analizar Volatilidad Implícita de los rendimientos del proyecto
Paso 3: Definición del proceso estocástico
Paso 4: Estimación Parámetros Enfoque Binomial ($u$, $d$, $p$, $T$)
Paso 5: Construcción de la rejilla del activo subyacente

*Segunda etapa: Resolución del modelo*

Paso 6: Determinación del valor de la OR con procedimiento de inducción y probabilidades neutrales al riesgo
Paso 7: Evaluación de parámetros críticos (*trigger values*)
Paso 8: Análisis de sensibilidad
Paso 9: Chequeo con modelos cerrados

## 6. PRIMERA ETAPA: PLANTEO DEL MODELO

**Paso 1. Estimación del valor del Caso Base.** Aplicando la metodología convencional de cálculo del VAN a través del modelo de Flujos de Fondos Libres, utilizando un costo de capital 'debidamente ajustado' por riesgo. Para el caso bajo análisis, se estima un valor del negocio en \$150M. En términos formales, este monto se denominará $S_0$.

**Paso 2. Estimación de la Volatilidad del Proyecto.** La volatilidad representa un parámetro crítico en la aplicación del enfoque de desarrollo de rejillas. En activos reales, representa una medida de la variabilidad de los flujos de fondos en torno a un valor de tendencia. Existen distintas alternativas para la estimación del parámetro de volatilidad (Mun, 2006 apéndice 7A). Para el proyecto, se estima por simulación, una volatilidad implícita en los rendimientos del proyecto del 30%. La volatilidad se representa por $s$.

**Paso 3. Definición del proceso estocástico.** El supuesto fundamental para resolver un problema de opciones reales es el de proceso estocástico. Un proceso estocástico describe el comportamiento probable de una variable que evoluciona en el tiempo, y al menos parte de su trayectoria se explica por un componente aleatorio. En otras palabras, dada la naturaleza aleatoria del problema bajo análisis, hay incertidumbre porque no se conocen los resultados en cada momento del tiempo, pero al menos se conoce el 'proceso generador de resultados' en cada momento.

El proceso estocástico se refleja en una ecuación que modela el comportamiento de la varianza de la variable a proyectar. Esta ecuación refleja una definición hipotética sobre el proceso que genera resultados aleatorios sobre el rendimiento del activo y por lo tanto, tiene una clara incidencia en la determinación de su valor 'expandido o estratégico'[2].

[2] Distintos procesos estocásticos conducirían a distintos valores de la opción real.

En problemas de valuación de activos, constituye un supuesto 'aceptable' reflejar la incertidumbre a través del llamado movimiento browniano (Mun, 2006, Pág.153). El mismo asume que los cambios en el valor del subyacente ($dS/S$) –variable fundamental para explicar el valor potencial de cualquier opción–, se expresa por la suma de dos componentes. El primero es un componente determinístico que explica la tendencia de los cambios a una tasa $\mu$ por unidad de tiempo $d\,t$; en términos formales se representa por $e^{m\,d\,t}$. El segundo, es un componente estocástico por cuanto explica las fluctuaciones aleatorias de la variable explicada en torno al componente de tendencia. Formalmente, se expresa por $e^{s\,e\sqrt{d\,t}}$. El componente estocástico tiene un término de volatilidad o variabilidad en torno a la tendencia $s$, un término aleatorio $e$, y un término que refleja los cambios por unidad de tiempo $d\,t$.

Como señala Mun (2006, pág. 154), el primer componente de tendencia ya ha sido capturado en el proceso de valuación del subyacente (paso 1). Por lo tanto, el proceso estocástico se reduce a incorporar el componente estocástico. El proceso estocástico[3] se simplifica notablemente si se expresa en términos discretos a través de una distribución binomial, en la cual, los cambios en torno a la tendencia presentan dos posibilidades: un movimiento ascendente (*up*) formalmente expresado por $e^{s\sqrt{d\,t}}$; o en su defecto un movimiento simétrico descendente (*down*) representado por $e^{-s\sqrt{d\,t}}$.

El supuesto de simetría resulta conveniente por cuanto simplifica la resolución del problema, pero cabe la posibilidad de plantear simulaciones discretas no simétricas. En el primer caso, se denominan rejillas recombinantes (*recombining lattices*) en oposición a las segundas (rejillas no recombinantes o *nonrecombining lattice*).

**Paso 4. Estimación parámetros para aplicación del Enfoque Binomial.** La aplicación del enfoque requiere definir el valor de los parámetros que determinan la magnitud de las variaciones ascendentes o descendentes en el valor del negocio. De acuerdo a las ecuaciones que representan el proceso estocástico, es necesario añadir supuestos sobre las siguientes variables:

- El período de vencimiento de la opción para abandonar el proyecto es de 5 años; $T$
- La tasa libre de riesgo para títulos con vencimientos de 5 años; supuesta del 5%: $rf$
- Ingreso por venta de los derechos de la investigación; establecidos en \$100M: $X$
- Hasta el vencimiento *T*, transcurren los denominados 'escalones temporales', en los que se evalúa la conveniencia de ejercer la opción; para el caso bajo análisis cada escalón temporal es de un año: $d\,t$

Con estos supuestos, se puede representar el proceso estocástico binomial, estimando la magnitud del cambio ascendente y descendente. Para el problema bajo análisis, y de acuerdo a la definición dada en el paso anterior, el factor de movimiento ascendente (*u*) es 1.349, en tanto que el factor de movimiento descendente (*d*) es 0,748.

**Paso 5. Construcción de la rejilla del activo subyacente.** Con las definiciones anteriores, se puede construir una rejilla (*lattice*) de las posibles trayectorias del valor del negocio consistente en el desarrollo de una nueva droga –activo subyacente (*S*)– a medida que transcurre el tiempo, asumiendo que en cada período, caben dos posibilidades, una variación ascendente o descendente en el valor del mismo. Estos cambios estarían directamente ligados a los resultados de las pruebas que el laboratorio realiza durante el período de investigación. La tabla inferior reflejaría la posible evolución temporal del proyecto (*S*) bajo las condiciones anteriores a partir del valor inicial *S*(0).

[3] El uso de la simulación binomial torna innecesario el uso del término aleatorio $e$.

| *T(0): inicio* | *t(1): año 1* | *T(2): año 2* | *t(3): año 3* | *t(4): año 4* | *T: t(5): año 5* |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | S(0)*u*u*u*u*u<br>672,2 |
| | | | | S(0)*u*u*u*u<br>498 | |
| | | | S(0)*u*u*u<br>368,9 | | S(0)*u*u*u*u*d<br>368,9 |
| | | S(0)*u*u<br>273,3 | | S(0)*u*u*u*d<br>273,3 | |
| | S(0)*u<br>202,5 | | S(0)*u*u*d<br>202,5 | | S(0)*u*u*u*d*d<br>202,5 |
| S(0)=150 | | S(0)*u*d<br>150 | | S(0)*u*u*d*d<br>150 | |
| | S(0)*d<br>111,1 | | S(0)*u*d*d<br>111,1 | | S(0)*u*u*d*d*d<br>111,1 |
| | | S(0)*d*d<br>82,3 | | S(0)*u*d*d*d<br>82,3 | |
| | | | S(0)*d*d*d<br>60,9 | | S(0)*u*d*d*d*d<br>60,9 |
| | | | | S(0)*d*d*d*d<br>45,2 | |
| | | | | | S(0)*d*d*d*d*d<br>33,5 |

$T$: 5 años, $rf$ =5%, $X$ = \$100M, $dt$ = 1 año, $S$ = 150

(u) = $e^{s\sqrt{d(t)}} =$ 1.3499 factor o escalar que refleja aumento en el valor del subyacente

(d) = $e^{-s\sqrt{d(t)}} =$ 0,748 factor o escalar que refleja disminución en el valor del subyacente

Es interesante advertir, para cada período *t*, cierta regla para la conformación de los posibles estados en el enfoque binomial:

(1) para cada período *t*; existirían *t+1* estados posibles (*E*)

(2) cada estado (*E*) es generado por una secuencia de movimientos ascendentes (*ups*) y/o descendentes (*downs*), con la siguiente característica: $S_0 * u^j * d^h$ con el valor del activo subyacente $S_0$ definido en la fase del planteo del problema; y $t = j + h$ , es decir, que el numeró de exponentes depende de la cantidad de períodos

En función de lo señalado, se advierte que la dispersión de valores del subyacente en cada período *t* depende del transcurso del tiempo y la magnitud del escalar u, el cual, como se señalo antes, depende de la varianza en la evolución del valor del activo subyacente[4].

La dispersión de valores del subyacente en cada *t* depende del transcurso del tiempo y la magnitud del escalar u, el cual, como se señalo antes, depende de la varianza en la evolución del valor del activo subyacente

[4] Tiempo al vencimiento y volatilidad del subyacente definen el valor potencial de una opción, el que sumado a su valor intrínseco, determinan su valor teórico total.

## 7. SEGUNDA ETAPA: RESOLUCION DEL MODELO

**Paso 6. Determinación del valor de la Opción Real (OR).** Una vez que se ha modelado la incertidumbre a través de la conformación de la rejilla del subyacente; se cuenta con todos los elementos para resolver la secuencia de elecciones óptimas (opciones).

El procedimiento a aplicar para arribar a la solución del problema se denomina 'inducción hacia atrás' (*backward induction*), por cuanto inicia la resolución desde los estados finales, en pasos sucesivos hasta concluir el análisis de la primera opción en el momento inicial.

Una secuencia de decisiones óptimas a medida que transcurre el tiempo representa una estrategia, por lo que el valor que conlleva el adoptar un conjunto de decisiones apropiadas refleja el valor de la estrategia óptima, bajo las condiciones asumidas en el problema.

En el problema del laboratorio, la opción real consiste en abandonar o no el proyecto durante el proceso de investigación y desarrollo de 5 años, vendiendo los derechos de los estudios realizados al valor preacordado ($100M) con la otra empresa farmacéutica. La decisión se evalúa al finalizar cada año y de acuerdo a los resultados de las pruebas parciales.

El elemento determinante de la conveniencia de abandonar o permanecer será el valor de continuidad del proyecto en comparación al valor de venta de los derechos. Como el segundo es un dato, la variable fundamental es el valor incierto del proyecto al momento de evaluar la decisión. En otros términos, en cada período temporal, detrás de cada opción, subyace un cierto valor de continuidad de negocio –de allí su denominación 'activo subyacente'.

El valor de la OR se deriva de un cierto valor del subyacente en caso de ser adoptada. En consecuencia, a la rejilla antes expuesta con la evolución del subyacente le correspondería una rejilla con el valor de las elecciones óptimas. Dejando al margen momentáneamente el proceso por el que se resuelve la secuencia de elecciones a lo largo del tiempo, el que se retomará más adelante, por el momento interesa destacar que existirá un resultado al problema planteado y que puede ser representado a través de la siguiente rejilla, en la que cada componente o nodo expresa la elección óptima.

| *T(0): inicio* | *T(1): año 1* | *t(2): año 2* | *T(3): año 3* | *t(4): año 4* | *T: t(5): año 5* |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | OR(5/uuuuu) |
| | | | | OR(4/uuuu) | |
| | | | OR(3/uuu) | | OR(5/uuuud) |
| | | OR(2/uu) | | OR(4/uuud) | |
| | OR(1/u) | | OR(3/uud) | | OR(5/uuudd) |
| OR(0) | | OR(2/ud) | | OR(4/uudd) | |
| | OR (1/d) | | OR(3/udd ) | | OR(5/uuddd ) |
| | | OR(2/dd) | | OR(4/uddd ) | |
| | | | OR(3/ddd ) | | OR(5/udddd ) |
| | | | | OR(4/dddd ) | |
| | | | | | OR(5/ddddd) |

OR(t/u..d): valor de la opción real en t dado el estado final generado por la secuencia u…d

Es interesante advertir que el objetivo final del análisis, consiste en determinar el valor que reporta una elección óptima en el momento inicial o actual (*OR(0)*). Para el caso del laboratorio, consistiría en iniciar o no el programa de desarrollo de la droga, sabiendo que tiene la flexibilidad de abandonarlo si los resultados de las pruebas parciales no resultan satisfactorios. El problema es que el valor de *OR(0)* dependerá de las elecciones que se adopten en cada uno de los años siguientes. Por lo tanto, la resolución del problema impone determinar el valor de las OR´s en toda la rejilla, para poder llegar a determinar el valor de *OR(0)*.

Suponiendo que la rejilla anterior describe en forma apropiada el problema bajo análisis, la empresa evaluará las alternativas y adoptará aquella que maximice su valor[5], dado que la opción confiere el 'derecho' de elegir[6]. Por ejemplo, en el segundo período *t(2)*, visto desde el período presente *t(0)*, se presentarían tres escenarios posibles (*uu*; *ud* y *dd*). La empresa resuelve la decisión o elección óptima en cada uno de los escenarios, según el criterio de decisión apropiado, i.e. la maximización del valor de continuidad de cada alternativa. Para simplificar, a esta elección 'óptima' en *t(2)* según el escenario (*uu*, *ud* y *dd*), se la denominará *OR(2/uu)*; *OR(2/ud)* y *OR(2/dd)*. En el período anterior ($t$ =1), hay dos escenarios posibles (*u* y *d*). La elección óptima en cada escenario (*OR(1/u)* y *OR (1/d)* dependerá de sus consecuencias futuras; es decir de lo que se haya elegido en el período siguiente ($t$ = 2).

El resultado óptimo en cada período de cada elección *OR(t/u…d)*, en base a la información disponible, se denomina 'Valor Intrínseco' (VI) de la opción. Para el caso bajo análisis, si en el período 1, de acuerdo a la información disponible y asumiendo que se dio el estado 'up' (*u*), continuar la investigación reporta una ventaja de \$M y abandonar el proyecto genera \$100M; entonces el valor intrínseco de la opción en ese momento será el máximo valor de las alternativas. La empresa, siguiendo un criterio de maximización del valor del negocio[7], elegirá continuar; toda vez que \$M sea mayor que 100. Formalmente, VI será el Max [valor continuar, valor abandonar], es decir, Max [\$M, X =100]. De lo expuesto, surge claramente que el problema de determinar el valor de la opción consiste en determinar el valor de \$M en cada estado y para cada uno de los períodos.

Este valor \$M depende de la evolución del activo subyacente ($M_t = f(S_t)$). La relación es de suma importancia, por cuanto conecta el valor de la opción en cada momento con el valor del activo subyacente que a su vez es determinado por el proceso estocástico asumido en la formulación del problema.

De este modo, el problema de resolver el valor de la opción consiste en determinar los valores de la rejilla de OR´s, o en términos más precisos, de valores intrínsecos de la opción en cada nodo. Por lo tanto, la rejilla de OR´s también podría ser representada por una rejilla de VI´s; en la cada nodo sería una función del tipo Max [valor no ejercer, valor ejercer].

*Proceso de inducción hacia el período inicial.* Hechas estas aclaraciones, correspondería ahora determinar los valores intrínsecos en cada nodo para resolver la rejilla. Como se señaló antes, la opción en cada momento dependerá de las opciones que se tomen en el futuro. Por esta razón, para resolver el problema debe partirse del instante final por cuanto esta elección tiene la ventaja de que no tiene condicionamientos posteriores. Este es el método de ir de adelante hacia atrás (inducción hacia atrás, *backward induction*).[8]

El procedimiento de inducción hacia atrás parte del momento final *T*, en el que se pueden presentar *N* estados. Este período tiene como particularidad que no tiene 'períodos posteriores'. Por lo tanto, allí el problema de la decisión es dado que se ha arribado a este punto, conviene o no conviene tomar la opción en el período anterior (*T-1*). La respuesta depende de la creencia del decidor sobre lo que puede suceder en el futuro. Sus creencias están modeladas en la rejilla de precio del subyacente en el período *T*.

[5] El problema podría plantear objetivos acordes con las preferencias de los directivos que podrían o no coincidir con el de los accionistas. El replanteo de la función objetivo para evaluar la opción sería un posible punto de contacto entre la teoría de las opciones reales y la teoría de la agencia.

[6] Este es el rasgo distintivo de las opciones y que puede ayudar a su reconocimiento. En otros términos, si la posibilidad de elección futura se presenta en forma independiente de las decisiones que adopte la empresa en la actualidad, entonces no habría opciones reales en el tiempo presente.

[7] La organización o los decidores dentro de ella podría perseguir otros objetivos y el planteo mantendría su validez.

[8] El proceso de inducción hacia atrás es un método de iteración, comenzando desde el estado final hasta arribar al tiempo presente o actual. El método utiliza la Teoría de la Decisión. A partir de distintos estados finales posibles, que crecen en forma de árbol, la idea es partiendo del estado final deseable o meta, retroceder en el tiempo identificando la decisión optima en cada período en función de lo que se resolvió en el período siguiente.

En el caso del laboratorio, la rejilla del subyacente en $T$ (año 5) indica 6 posibles estados finales. Por ejemplo, el mejor estado optimista está generado por la secuencia ($uuuuu = u^T = u^5$), y el valor intrínseco del negocio en esta situación hipotética al cabo de 5 años sería $672,2 M. Resulta claro que si este fuera el escenario, el laboratorio optaría por continuar con el proyecto y por lo tanto, este sería el valor que le correspondería asignar al nodo superior derecho de la rejilla de OR´s. En el resto de los escenarios, la resolución del valor intrínsico, destacaría los siguientes valores: para el estado (*uuuud*) = $368,9M; para el estado (*uuudd*) = 202,5, para el estado (*uuddd*) = $111,1M; para el estado (udddd) = $100M por cuanto el valor del subyacente es inferior; para el estado ($ddddd = d^T = d^5$) = $100M por iguales razones. Estos cálculos definen el valor del proyecto de acuerdo al escenario, en el último período, es decir, determinan el valor de *OR(T/u…d) = OR(5/u…d).* Con este paso, se determina el último período de la rejilla de opciones reales ($T$), correspondiendo en cada estado el valor del proyecto de acuerdo a la rejilla de proyección del valor del negocio (subyacente) siempre y cuando el mismo sea superior al valor de ejercicio de la opción. En términos formales, el requisito para definir el valor intrínseco será:

$$VI_T\,(opción) = Máximo\ (no\ ejercer,\ ejercer) = Máximo\ (f\,(S_T\,(T, s\ )),\ X)$$

Por lo tanto, la rejilla presentará la siguiente conformación:

| *T(0): inicio* | *t(1): año 1* | *t(2): año 2* | *T(3): año 3* | *t(4): año 4* | *T: t(5): año 5* |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $S(0)*u^5$<br>672,2 |
| | | | | OR(4/uuuu) | |
| | | | | | $S(0)*u^4*d$<br>368,9 |
| | | | OR(3/uuu) | | |
| | | OR(2/uu) | | OR(4/uuud) | |
| | | | | | $S(0)*u^3*d^2$<br>202,5 |
| | OR(1/u) | | OR(3/uud) | | |
| OR(0) | | OR(2/ud) | | OR(4/uudd) | |
| | | | | | $S(0)*u^2*d^3$<br>111,1 |
| | OR (1/d) | | OR(3/udd ) | | |
| | | OR(2/dd) | | OR(4/uddd ) | |
| | | | | | X<br>100 |
| | | | OR(3/ddd ) | | |
| | | | | OR(4/dddd ) | |
| | | | | | X<br>100 |

OR(t/u..d): valor de la opción real en t dado el estado final generado por la secuencia u…d

Con esta información, el próximo paso sería resolver los valores de la opción real en el período anterior, es decir, en la rejilla *OR(T-1/u…d) = OR(4/u…d)* para los 5 escenarios posibles. En cada uno de los escenarios posibles en *T-1*, se resolverá su correspondiente valor intrínseco, de acuerdo a la definición anterior consistente en elegir el máximo valor entre ejercer o no la opción. Para el ejemplo bajo análisis, sería para cada estado el máximo valor entre continuar o abandonar. Como se señaló antes, el valor de abandonar se asume constante en $X$ = $100M[9], por lo tanto, el objetivo consiste en determinar el valor de continuar el negocio en cada nodo del cuarto año ( $M_4$ ).

[9] Representa una simplificación del problema. Se podría considerar el caso en que el valor de ejercicio es variable con el transcurso del tiempo y en esencia, se mantendría un esquema similar de resolución

En cada nodo del cuarto período (*T-1*), se presenta la opción entre continuar o abandonar el negocio. Como se señalo antes, la opción de abandonar es un dato conocido del problema, es $X$ = $100. La opción de continuar será el Valor Actual en el cuarto período (*T-1*) de los flujos de fondos esperados en el futuro. Para un cierto estado o nodo del período cuatro, por ejemplo, $OR(4/\ u^4)$, caben dos escenarios posibles: $u$ y $d$. Si el escenario futuro es $u$, sus flujos son $[S_0{*}u^4]{*}u$ = 672,2; en tanto que si es $d$ sus flujos son $[S_0{*}u^4]{*}d$ = 368,9.

El valor del proyecto en este nodo particular del cuarto período, reflejado por $OR(4/\ u^4)$, será *el valor actual de los flujos esperados en cada uno de los escenarios*. Resulta importante remarcar este concepto por cuanto resalta en definitiva que la opción es un activo y que, como se adelanto al comienzo, su valuación no escapa a la regla general. Es decir, que si el proyecto en el período cuarto, arribó al estado $E$ descrito por la secuencia (*uuuu*), el valor intrínseco de la opción será:

$$Max\left[continuar; abandonar\right]$$

$$Max\left[\left(VA\left(VE\left(OR\left(T/u^4*u\right);\left(OR\left(T/u^4*d\right)\right)\right)\right)\right);X\right]$$

Dado que los valores de $OR(T/u\ldots d)$ ya están resueltos en $T$, se pueden reemplazar

$$Max\left[\left(VA\left(VE\left(S_0*u^4*u;S_0*u^4*d\right)\right)\right);X\right]=Max\left[VA\left(VE\left(672{,}2;368{,}\right)\right);100\right]$$

Para cada estado del cuarto período se plantea la misma función.

A efectos de incorporar el riesgo se trabajará con probabilidades neutrales al riesgo (o equivalentes de certeza) de modo de emplear como tasa de actualización de los flujos, la tasa libre de riesgo *(rf)*, supuesta en 5% para el proyecto del laboratorio.

Para obtener las probabilidades neutrales al riesgo, se puede partir de la situación que se plantearía un inversor neutral al riesgo. En este caso, el valor del proyecto es igual al valor esperado de sus flujos[10]. Por lo tanto, por cada peso de valor del proyecto recibido en t-1; le será equivalente al valor esperado de los flujos en el escenario positivo ($u$) y negativo ($d$). Las probabilidades para estimar el valor esperado, por definición serán probabilidades neutrales al riesgo[11]. Es decir, dado

$$1=\left[p*u+\left(1-p\right)*d\right]*e^{-rf(dt)}$$

$$p=\frac{e^{-rf(dt)}-d}{u-d}$$ , es decir que en el ejemplo será:

$$p=\frac{e^{-5\%}-0{,}7408}{1{,}3499-0{,}7408}=0{,}51$$

Una vez definida la probabilidad neutral al riesgo, se puede rescribir el valor de la opción real como el valor de los flujos de fondos esperados para las alternativas de continuar o abandonar, asumiendo que se arribo al estado (*uuuu*) en el cuarto período:

$$Max\left[\left(e^{-rf(dt)}*\left(p*\left(S_0*u^4*u\right)+(1-p)*\left(S_0*u^4*d\right)\right)\right);X\right]$$

$$Max\left[e^{-5\%}*\left(0{,}51*672{,}2+0{,}49*368{,}9\right);100\right]=498$$

[10] El riesgo no le genera 'desutilidad', no tiene aversión y por lo tanto le es indistinto un flujo cierto a otro con valor esperado equivalente

[11] Esas probabilidades pueden ser vistas como el escalar menor que uno a aplicar a flujos inciertos para que los mismos se transformen a su 'equivalente cierto'.

Este procedimiento se repite para todos los estados del cuarto período. De este modo, se completa en la rejilla de opciones reales, la columna correspondiente al período *T-1*.

El procedimiento se repite en cada período, hasta arribar al período inicial y obtener *OR(0)*. En el ejemplo, el proceso iterativo conduce a un valor estratégico del Proyecto de $156,64 M. Dado que la valuación convencional arroja un valor de $150, la diferencia se atribuye a la flexibilidad que confiere la opción de abandonar el proyecto durante la fase experimental.

A modo de resumen de lo visto hasta aquí, el proceso de resolución de opciones a través de rejillas presenta las siguientes características:

- Requiere como punto de partida, la rejilla de evolución del subyacente en función de un proceso estocástico que describa razonablemente el comportamiento de la varianza del proyecto
- La optimización requiere arrancar desde las ‘metas’ y reconstruir el camino, por cuanto, el valor de las opciones en cada período depende de las opciones que se adopten en períodos subsiguientes
- Armar la rejilla de opciones reales significa determinar sus valores intrínsicos en cada estado
- El valor intrínseco de cada estado es el máximo valor entre ejercer (modificar) y no ejercer la opción (continuar igual). La formulación del valor intrínseco depende del tipo de opción que se plantee: ampliación, abandono, u otras.
- Si se ejerce la opción, se cobra o se paga el precio de ejercicio de la opción (X)
- Si no se ejerce la opción (queda abierta) entonces, su valor será equivalente al valor actual de los flujos esperados del proyecto y por lo tanto, el valor de la opción no difiere de la regla general para valuar cualquier activo
- Dado que el valor esperado se calcula con probabilidad ajustadas a un mundo neutral al riesgo, los flujos se actualizan a la tasa libre de riesgo
- En última instancia, el modelo es un valor actual de valores intrínsecos en el que cada período es el valor esperado de los valores intrínsicos del período siguiente, empleando probabilidad neutrales al riesgo y por lo tanto, actualizando flujos a la tasa libre de riesgo.

*Exploración de la forma reducida del modelo.* Vista la mecánica para la resolución de opciones reales en rejillas con procesos estocásticos binomiales, puede resultar de interés, explorar un planteo más general del problema visto antes. En esta sección se plantea el mismo modelo en dos períodos. El objetivo consiste en obtener la forma reducida del problema. La tabla siguiente describe la situación, presentando los valores intrínsecos de cada estado en los dos períodos; y en el primer período, detallando la formulación del Valor Intrínseco en los dos posibles estados del primer año.

| *T(0): inicio* | *t(1): año 1* | *t(2): año 2* |
|---|---|---|
| | | *VI(D)* |
| | *VI(B)* $Max\left[e^{-rf(dt)} * \left(p*VI(E)+q*VI(F);X\right)\right]$ | |
| *OR(0)* | | *VI( E)* |
| | *VI(C)* $Max\left[e^{-rf(dt)} * \left(p*VI(E)+q*VI(F);X\right)\right]$ | |
| | | *VI(F)* |

*Siendo* $p=\left(e^{-rf(dt)}-d\right)\Big/\left(u-d\right)$ ; $(u)=e^{s\sqrt{d(t)}}$; $(d)=e^{-s\sqrt{d(t)}}$

Siguiendo el procedimiento de inducción hacia atrás, la expresión reducida del modelo con proceso estocástico binomial, se refleja en la siguiente expresión

$$OR(0)=Max\left[e^{-rf(dt)}\left[p*VI(B)+q*VI(C)\right];X\right]$$

Y, reemplazando los valores intrínsecos en los estados del primer período por el valor de actual de sus flujos esperados en los períodos siguientes, se obtiene la siguiente expresión para *OR(0)*

$$Max\left[e^{-rf\,dt}\left[p\left(Max\left(e^{-rf\,dt}\left(p*VI(D)+q*VI(E);X\right)\right)+q\left(Max\left(e^{-rf\,dt}\left(p*VI(E)+\right.\right.\right.\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\left.\left.\left.+q*VI(F);X\right)\right)\right)\right]\right];X\right]$$

Si se supone que la opción solo se ejercerá en el período final ($T$ = 2); entonces, desde el período inicial (T = 0) hasta el período anterior al vencimiento ($T$ = $T$-$1$), la opción será continuar y por lo tanto, la expresión anterior se simplifica suprimiendo la función Max (Máximo valor) en los períodos previos anteriores al vencimiento. Por lo tanto, la nueva expresión de *OR(0)* será:

$$OR(0)=e^{-rf(dt)}\left[p^2*e^{-rf(dt)}*VI(D)+p*q*e^{-rf(dt)}*VI(E)+\right.$$
$$\left.+q*p*e^{-rf(dt)}VI(E)+q^2*e^{-rf(dt)}*VI(F)\right]$$

Es decir,

$$OR(0)=e^{-rf(dt)T}\left[p^2*VI(D)+p*q*VI(E)+q*p*VI(E)+q^2*VI(F)\right]$$

Y, reemplazando los valores intrínsecos (VI) de los estados finales ($D$, $E$, $F$ definidos en $T$), se obtiene la siguiente expresión:

$$OR(0)=e^{-rf(dt)T}\left[p^2*Max\left(S_0u^2,X\right)+2p*q*Max\left(S_0ud;X\right)+q^2*Max\left(S_0d^2;X\right)\right]$$

De este modo, la fórmula anterior define la forma reducida del modelo con proceso estocástico binomial, para una opción de dos períodos. Resulta interesante advertir la similitud de la ecuación con el sencillo modelo planteado al comienzo del trabajo, tal como se puede advertir en la tabla siguiente:

| *Precio Subyacente al vencimiento ($S_T$)* | *Probabilidad (p)* | *Valor intrínseco Max($S_T$; X)* |
|---|---|---|
| $S_0*u^2*d^0$ | $p^2*q^0=p^2$ | $Max(S_0*u^2*d^0\ ;X)$ |
| $S_0*u^1*d^1$ | $p*q$ | $Max(S_0*u^1*d^1;X)$ |
| $S_0*d^1*u^1$ | $q*p$ | $Max(S_0*d^1*u^1;X)$ |
| $S_0*d^2*u^0$ | $q^2*p^0=q^2$ | $Max(S_0*d^2*u^0;X)$ |

$$OR(0)=e^{-rf(dt)T}\left[p^2*Max\left(S_0u^2,X\right)+2p*q*Max\left(S_0ud;X\right)+q^2*Max\left(S_0d^2;X\right)\right]$$

*siendo* $p=\left(e^{-rf(dt)}-d\right)\big/\left(u-d\right)$ ; (u) = $e^{s\sqrt{d(t)}}$ ; (d) = $e^{-s\sqrt{d(t)}}$

Con el desarrollo de rejillas se han resuelto las principales incógnitas en la valuación de una opción, es decir, el valor esperado del subyacente al vencimiento y las probabilidades binomiales asociados a cada estado.

*Generalización del planteo de rejillas binomiales*. Si se observa la tabla anterior, existe una clara relación entre los valores esperados del activo subyacente al vencimiento y su correspondiente probabilidad. En un esquema binomial, el valor del subyacente será una sucesión de estados buenos ($u$) y malos ($d$) a partir del valor del subyacente en el período inicial ($S_0$). Esa misma sucesión se observará en las probabilidades del estado bueno ($p$) y malo ($q$).

$$S_0*u^2*d^0 \;=>\; (p^2*q^0)\;1$$
$$S_0*u^1*d^1 \;=>\; (p^1*q^1)\;2$$
$$S_0*u^0*d^2 \;=>\; (p^0*q^2)1$$

En los estados intermedios cabe más de una posibilidad de arribar al estado final. En la rejilla, es fácil advertir en estos casos más de un camino o trayectoria para arribar a estos estados intermedios. En este ejemplo sencillo de dos períodos, por caso, existen dos formas de arribar al estado final $S_0* u^1*d^1$. Un camino sería el estado malo en el primer período seguido del estado bueno en el segundo y viceversa. Por ello, la probabilidad asociada a este estado intermedio, es la suma de las probabilidades de estas dos trayectorias. Por lo tanto, en el modelo de dos períodos, el estado intermedio $S_0* u^1*d^1$, le corresponde una probabilidad $(p^1*q^1)* 2$[12].

En un problema con mayor número de períodos, la dificultad residiría en determinar la cantidad de veces que se repite la probabilidad; o dicho en otros términos, la cantidad de caminos o trayectorias para arribar a los estados intermedios (también llamados estados recombinantes).

Una primera forma de resolver esta dificultad sería en reproducir la rejilla y contar el número de trayectoria para arribar a cada estado final. Una alternativa consiste en determinar el número de trayectorias asociado a cada estado final a través del triángulo de Pascal. La tabla siguiente reproduce el triángulo.

| Cantidad de periodos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 1 |
| | | | | | 1 | |
| | | | | 1 | | 6 |
| | | | 1 | | 5 | |
| | | 1 | | 4 | | 15 |
| | 1 | | ***3*** | | 10 | |
| Rejilla con proceso estocástico binomial | | 2 | | ***6*** | | 20 |
| | 1 | | ***3*** | | 10 | |
| | | 1 | | 4 | | 15 |
| | | | 1 | | 5 | |
| | | | | 1 | | 6 |
| | | | | | 1 | |
| | | | | | | 1 |
| Estados Finales | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |
| Estados Finales recombinantes | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

12 Cabe tener en cuenta que para la resolución del problema, en este caso se asume que resulta indistinto al decidor, el modo en que se arriba a un cierto estado final y esto puede no ser un supuesto aceptable en la práctica. De cualquier modo, si ese fuera el caso, se podría considerar cada camino como un estado independiente con su correspondiente probabilidad y a partir de esta definición, llegar a la solución con el mismo procedimiento. Esta situación refleja la gran flexibilidad de las rejillas para adaptar la formulación del problema a distintos contextos.

Para definir los valores en cada elemento que compone el triángulo se sigue la siguiente regla: (a) los valores extremos son iguales a uno, (b) los valores intermedios en cada columna se definen como la suma de los valores en los extremos de la columna precedente. Por ejemplo, en el cuarto período surgen cinco estados finales (*T+1*), en la tabla se reconocen por los cinco elementos de la columna correspondiente al cuarto período. Si se toma por ejemplo, el tercer estado, la tabla refleja las seis trayectorias que arriban a este nodo. Este valor surge de sumar los valores resaltados de la tabla en la columna anterior (3 + 3 = 6). Para cualquier otro estado se seguiría idéntico procedimiento.

Con el recurso del triángulo de Pascal, ahora se puede retornar al intento de generalizar el planteo de rejillas binomiales. La tabla inferior reproduce la rejilla del problema de valuar la opción para varios períodos:

| Cantidad de periodos | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| | | | $1(p^3*q^0)$ |
| | | $1(p^2q^0)$ | |
| | $1(p^1q^0)$ | | $3(p^2*q^1)$ |
| Rejilla con proceso estocástico binomial | | $2(p^1*p^1)$ | |
| | $1(p^0*q^1)$ | | $3(p^1*q^2)$ |
| | | $1(p^0*q^1)$ | |
| | | | $1(p^0*q^3)$ |
| Estados Finales | 2 | 4 | 8 |
| Estados Finales recombinantes | 2 | 3 | 4 |

Cada elemento de la matriz es representado por la siguiente expresión

$$\frac{n!}{j!(n-j)!} * p^j * q^{n-j}$$

siendo $n$ la cantidad de períodos y $j$ la cantidad de movimientos ascendentes en $n$ períodos. El primer término del producto, representa nuevamente la cantidad de trayectorias para arribar a cada estado intermedio (elemento del triángulo de Pascal).

Recordando que el valor inicial de la opción (*OR(0)*), suponiendo que la opción sólo se ejerce en el período final (opción europea), es el valor actual del valor esperado de los valores intrínsecos (es decir, VA(VE(VI($S_T$)))) entonces cuando $n$ tiende a un número grande $N$, se obtiene la siguiente expresión del modelo, que es la reconocida fórmula de valoración con procesos binomiales que presenta las mayoría de los textos de finanzas:

$$OR(0) = e^{-rf(dt)T} * \left\{ \sum_{j=0}^{N} \frac{n!}{j!(n-j)!} * p^j * q^{n-j} * Max\left[ S_0 * u^j * d^{n-j}; X \right] \right\}$$

**Pasos 7 y 8. Derivación de parámetros críticos y análisis de sensibilidad.** Una vez desarrollado el modelo, se puede evaluar para ciertos parámetros cual es el nivel que el mismo podría alcanzar para que las alternativas formuladas en el valor intrínseco alcancen su punto de indiferencia.

Las posibilidades de análisis son tantas como la cantidad de parámetros que intervienen en la formulación del modelo. Los más importantes serían los siguientes:

- La varianza de los rendimientos ($s$)
- El horizonte temporal (*T*)
- La cantidad de períodos en que se evalúa la opción ($dt$)

- La tasa libre de riesgo (*rf*)
- El valor inicial del proyecto sin opciones ( $S_0$ )
- El precio de ejercicio de la opción (*X*)

Para cualquiera de estos parámetros, un valor interesante es su nivel crítico; es decir, aquel que iguala el valor de las opciones. Estos valores, en modelos cerrados tienen una resolución analítica y se los suele denominar *trigger values*.

De modo similar, también se puede realizar análisis de sensibilidad a efectos de determinar como varía el valor de la opción ante cambios en una o dos variables exógenas, manteniendo el resto sin cambios. Las principales variables exógenas son las que se mencionaron más arriba. Siguiendo la terminología de opciones financieras, serían:

- Delta $\Delta$ : variación de *OR(0)* frente a cambios en el subyacente (valor del proyecto)
- Gamma $\Gamma$ : variación de *OR(0)* frente a cambios en Delta $g\Xi u$
- Rho $r$ : variación de *OR(0)* frente a cambios en la tasa libre de riesgo
- Vega : variación de *OR(0)* frente a cambios en la volatilidad del subyacente
- Xhi $\Xi$ : variación de *OR(0)* frente a cambios en el precio de ejercicio

**Paso 9. Chequeo con modelos cerrados.** Resulta recomendable verificar la razonabilidad de los resultados obtenidos mediante la estimación de valor de la opción con otros enfoques; por ejemplo, calculando el valor de la opción mediante la fórmula de Black y Scholes. Los resultados, tanto en lo que hace al valor puntual de la opción como su sensibilidad frente a cambios del entorno, pueden presentar diferencias pero tienden a aproximarse.

## 8. APLICACIÓN EN HOJA DE CÁLCULO

Para ilustrar los conceptos vistos, se desarrolló una aplicación del modelo en hoja de cálculo. La planilla consta de tres hojas. En la primera hoja (Lab-mod) se presentan los supuestos para la construcción del modelo y la estimación del valor de la opción real. Se incluye una estimación de niveles críticos para distintas variables exógenas, utilizando la herramienta de Excel: 'buscar objetivo'. La segunda hoja, 'Lab-sens', presenta un análisis de sensibilidad bidimensional. En este caso, se combina cambios en el valor del subyacente (valor del proyecto) con cambios en la volatilidad del Proyecto. Los resultados surgen del uso de la herramienta de Excel: 'tabla' en el menú 'Datos'. La tercera hoja presenta la construcción del triángulo de Pascal. El archivo respectivo se anexa al siguiente trabajo[13].

## 9. VARIANTES DEL MODELO

Según la opción real que presente el negocio y el criterio de decisión corresponderá una formulación particular del Valor Intrínseco. Para resolver el valor resultante de la opción, se aplicaría el mismo procedimiento visto a lo largo del siguiente trabajo. A modo de ejemplo, en la tabla inferior se representan las formulaciones del valor intrínseco para un proyecto con opciones de expansión y de abandono definitivo o transitorio.

[13] Ver archivo adjunto XXVI J Rotstein Esandi.xls

| Flexibilidad del proyecto | Valor intrínseco (VI) |
|---|---|
| Abandono definitivo | $Max\left(S_0 * u^T ; X\right)$ |
| Expandir | $Max\left(S_0 * u^T ; a\left(S_0 * u^T - \Delta I\right)\right)$ |
| Abandono transitorio (alquilar instalaciones) | $Max\left(S_0 * u^T ; a * \left(S_0 * u^T\right) + AhorrCost\right)$ |

El modelo de desarrollo de rejillas presenta suma 'flexibilidad' para adaptarse a una amplia gama de situaciones. En este sentido, se puede considerar problemas que combinan opciones diferentes en distintos períodos, procesos estocásticos diferentes al binomial, precios de ejercicios y volatilidades cambiantes en el tiempo.

## 10. COMENTARIO FINAL

La principal ventaja del método de OR pasa fundamentalmente por entender los complejos determinantes del valor de un activo en un contexto incierto y la fundamentación anticipada de estrategias en el tiempo.

Una rejilla con nodos aleatorios y de decisión, representa un desafío para el evaluador de intentar captar las posibles configuraciones del proyecto de acuerdo a entornos más probables y/o riesgosos. El intento de valuación a través de la aplicación del enfoque de rejillas estratégicas permite captar la incidencia de los generadores de valor del proyecto (*value drivers*). Si bien todavía domina cierto escepticismo sobre la precisión de la técnica para la estimación del valor, debido a los supuestos que requiere su aplicación, el esfuerzo se justifica en que permite mejorar la comprensión de los factores de 'riesgo asimétrico' o 'leverage' que determinan el valor de un proyecto. La información ayudaría al empresario a precisar en cada entorno posible, que es lo que está esperando que suceda para tener la oportunidad 'exclusiva' de crear valor con nuevas decisiones ('apalancar el valor del proyecto').

Una de las principales ventajas que reporta el uso del enfoque binomial es que la versión discreta permite captar mejor la intuición, inteligibilidad o razonamiento –sobre todo para aquellos que no han profundizado en el uso de herramientas matemáticas avanzadas– , evitando la imposición de reglas *ad hoc* (cajas negras que muchos evaluadores no terminan de comprender), que caracterizan la resolución de valuación de opciones en los llamados 'modelos cerrados' (con una formulación del problema en tiempo continuo).

La mayor simplicidad del enfoque discreto es una ventaja desde el punto de vista didáctico; por cuanto para un docente o un consultor financiero, la explicación clara del problema, en forma indistinta según se trate de un alumno o un cliente, es tan importante como su resolución.

## REFERENCIAS

Alpha Chiang, *Métodos fundamentales de economía matemática*, McGraw-Hill. 1987

Fornero, Ricardo, Valor de las opciones reales, de los proyectos de inversión y de la empresa, *Disertaciones en XXIV Jornadas Nacionales de Administración Financiera*, Córdoba, 2004

Lamothe Fernandez, Prosper, *Opciones financieras: Un enfoque fundamental,* McGraw-Hill, 1993

Mascareñas Perez-Iñigo, Juan, *Innovación financiera: Aplicaciones para la gestión empresarial,* Mc Graw-Hill, 1999

Mun Johnathan, *Real Option Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions,* 2nd Ed., Wiley, 2006

Rotstein F, Esandi J.I., Milanesi G., Perotti R., Opciones financieras: Algunas inquietudes relevantes, *Disertaciones en XXIV Jornadas Nacionales de Administración Financiera*, Córdoba, 2004

**CASO PROGRAMA INVESTIGACION Y DESARROLLO**

**I- Supuestos para el modelo**

Proceso estocástico binomial
Ejercicio al vencimiento (opción europea)

**II- Parámetros**

| | *Valor / Nivel* | *Medida* |
|---|---|---|
| Valor Base Proyecto (S) | 150 | $ M |
| Tasa libre de riesgo (rf) | 5% | anual |
| | | |
| Períodos hasta el vencimiento (T) | 5 | años |
| Duración escalón temporal (delta t) | 1 | año |
| Desvío rendimientos Proyecto | 30% | anual |
| Valor de abandono (X) | 100 | $ M |
| | | |
| Factor de movimiento ascendente (u) | 1,3499 | |
| Factor de movimiento descendente (d) | 0,7408 | |
| Probabilidad neutral al riesgo (p) de movimiento ascende | 0,51 | |
| Probabilidad neutral al riesgo (q) de movimiento descend | 0,49 | |
| | | |
| Número de escenarios finales recombinantes | 6 | |
| Número de escenarios finales | 32 | |

**III- Estimación del valor de la opción**

| Escenario | Valor del Proyecto al vencimiento | Valor intrínseco al vencimiento | Probabilidad | Valor Intrinseco ponderado por probabilidades |
|---|---|---|---|---|
| I | 672,3 | 672,3 | 0,034 | 23,1 |
| II | 368,9 | 368,9 | 0,165 | 61,1 |
| III | 202,5 | 202,5 | 0,318 | 64,5 |
| IV | 111,1 | 111,1 | 0,306 | 34,0 |
| V | 61,0 | 100,0 | 0,147 | 14,7 |
| VI | 33,5 | 100,0 | 0,028 | 2,8 |
| Sumatoria probalidades binomiales | | | 1,000 | |
| Valor esperado del valor intrínseco al vencimiento | | | | 200,2 |
| Factor de actualización en T períodos | | | | 0,78 |

Calculo Auxiliar

| Exponente p = Exponente u | Exponente q = Exponente d |
|---|---|
| 5 | 0 |
| 4 | 1 |
| 3 | 2 |
| 2 | 3 |
| 1 | 4 |
| 0 | 5 |

| | |
|---|---|
| Valor actual[valor esperado(valor intrínseco al vencimiento)] | 155,9 |
| *Valor de la opción real* | *5,9* |

**IV- Valores críticos de la opción real**

Valores de la parámetros que generan un valor nulo de la opción real

| **Parámetro** | **Nivel crítico** |
|---|---|
| Valor Base Proyecto (S) | 440 |
| Tasa libre de riesgo (rf) | 27% |
| Desvío rendimientos Proyecto | 8% |
| Valor de abandono (X) | 33,47 |
| Períodos hasta el vencimiento  (T) | 5,0863 |
| Duración escalón temporal (delta t) | 0,0263 |