



DOCENTES DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

**XXXV Jornadas Nacionales de Administración Financiera  
Septiembre 2015**

## **William F. Sharpe: Del CAPM al SPT**

**Ricardo Pascale**

*Universidad de la República - Uruguay*

*SUMARIO: 1. Introducción; 2. Sharpe I. CAPM en el contexto del enfoque de media y varianza; 3. Sharpe II. El contexto del enfoque de la State Preference Theory; 4. Conclusiones*

Para comentarios: [pascalecavalieriricardo@gmail.com](mailto:pascalecavalieriricardo@gmail.com)

### **1. Introducción**

En el contexto de la moderna teoría de las finanzas se desarrollan en la aproximación neoclásica en cuatro grandes vertientes. Ellas son: en primer término, la *State Preference Theory*; la segunda se compone de la *Moderna Teoría del Portafolio* y el *Capital Asset Pricing Model*; la tercera está dada por el *Modelo de Precios de Arbitraje* y la cuarta es la *Teoría de los Precios de Arbitraje*.

Todas estas teorías, permiten valorar *activos riesgosos*. Empero desafortunadamente, en muchos de los textos de finanzas no siempre las mismas son comparadas adecuadamente y llevan a confusiones indeseadas.

El propósito principal de este trabajo es analizar las dos aproximaciones que realizó el Prof. William F. Sharpe en algo más de los últimos cincuenta años de su carrera académica.

La estructura del trabajo expone en el punto 2, lo que señalamos como Sharpe I, en donde se desarrollan sumariamente sus primeros aportes que le valieron el Premio Nobel de Economía.

El punto 3 está destinado a sus nuevas proposiciones que desarrolla en 2007. Para en el punto 4 del trabajo finalizar con algunas conclusiones.

## 2. Sharpe I. CAPM en el contexto del enfoque de media y varianza

La aproximación de media-varianza es uno de los aportes más significativos en el campo de la economía financiera.

Trata de la elección de activos en términos de media y varianza de los rendimientos de los mismos. Y las preferencias de los inversores se concretan en términos de esos dos parámetros. Ninguna otra variable influye en la decisión.

Markowitz (1952), en su Teoría del Portafolio fue un pionero en el tema. Posteriormente, Sharpe (1963, 1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) desarrollaron el conocido CAPM (Capital Asset Pricing Model).

El CAPM es uno de los hallazgos más importantes en finanzas y de un uso muy extendido y con apreciable precisión de resultados en numerosas aplicaciones. No obstante, no toda la evidencia empírica lo valida.

Los desarrollos que continúan son un resumen del punto. Una versión más amplia, puede verse en detalle en Pascale (2009) y Fornero (2014).

### 2.1 Teoría del Portafolio

La teoría evalúa *cuál es la mejor combinación de varias inversiones.*

De la misma forma, *una nueva inversión no se analiza por sus características individuales, sino por su aporte a las relaciones de riesgo y rendimiento de las inversiones de la empresa o del inversor tomadas en su conjunto.* En este caso operan, las propiedades de la diversificación.

Se entiende por *portafolio a una combinación de activos. La teoría del portafolio trata acerca de la óptima solución de dichas combinaciones, para inversores aversos al riesgo.*

Los aportes sustantivos de la teoría desarrollados por **Markowitz** (1952, 1959) en *la teoría maneja dos conceptos fundamentales que son los rendimientos y los riesgos, tanto para activos individuales como para portafolios.*

Si  $r_i$  es el rendimiento esperado del activo  $i$ , y  $x_i$  es la proporción invertida en el activo  $i$  en el total del portafolio y  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ , el rendimiento esperado del portafolio es  $\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n x_i r_i$ .

Si  $\sigma_i$  es la desviación estándar de los rendimientos del activo  $i$ , y  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre los rendimientos de los activos  $i$  y  $j$ , entonces la varianza del portafolio es  $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ .

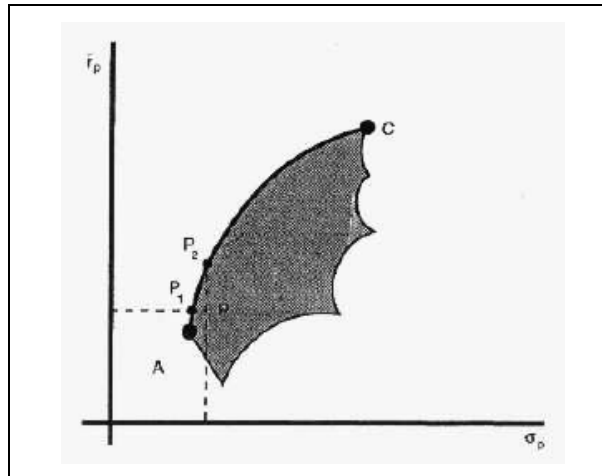
**La frontera de eficiencia.** Se ha repasado en el párrafo anterior los dos atributos fundamentales en los que se basa la teoría, esto es, riesgo y rendimiento. Supóngase ahora, que se cuenta con  $n$  activos los cuales pueden ser combinados en un número considerablemente alto de portafolios. Cada uno de ellos tendrá su rendimiento y su riesgo asociado.

El conjunto de todos los portafolios que es posible formar, recibe el nombre de conjunto de *oportunidades*. El mismo está representado por el área sombreada de la figura 1.

*Dentro de este conjunto, hay un subconjunto de portafolios que para cada nivel de riesgo maximizan el rendimiento, o, que minimizan el riesgo para cada nivel de rendimiento. Este subconjunto se denomina set de portafolios eficiente, o frontera de eficiencia.*

El conjunto de oportunidades es representado por curvas convexas hacia el eje de los rendimientos. Ello es debido a que los coeficientes de correlación oscilan entre +1 y -1.

Figura 1



Como ya se ha visto este hecho resulta en curvas convexas al eje de  $\bar{r}_p$ , en el espacio  $[\bar{r}_p, \sigma_p]$ . Sólo el caso de  $\rho = 1$ , en que se forma una combinación lineal de riesgos y rendimientos no se cumpliría.

A esta altura de los desarrollos puede establecerse una primera conclusión en el sentido de que, *mientras menor sea la correlación entre los rendimientos de los activos, mayor son los beneficios que se obtienen de la diversificación.*

La correlación entre los rendimientos de los activos, es de vital importancia para el riesgo total de los portafolios.

A diferencia de otras diversificaciones no técnicas como las conocidas como “simple diversificación”, “entre industrias” y “superflua” (que no se analizan por razones de espacio), la diversificación de **Markowitz** es una efectiva forma de hacerlo, poniendo su énfasis en los coeficientes de correlación entre los rendimientos de todos los activos posibles de utilizar. En el modelo expuesto, la existencia de bajas correlaciones es pues importante para reducir el riesgo de un portafolio.

Posiblemente, la contribución más remarcable de la diversificación de **Markowitz**, se centre en los efectos de la covarianza, que permite apreciar la influencia que tiene sobre el riesgo total de un portafolio, la inclusión de un nuevo activo.

La decisión de que portafolio elegir implica ahora introducir al análisis las actitudes del inversor frente al riesgo.

La teoría del portafolio supone a estos últimos, aversos al riesgo en el sentido dado por **Von Neumann y Morgenstern**.

A lo largo de cada una de estas curvas el inversor es indiferente. En ellas, ninguna combinación de  $\bar{r}_p$  y  $\sigma_p$  es preferida a otra. De esta forma, dos portafolios indiferentes involucrarán que el que tenga más  $\sigma_p$  tendrá también más  $\bar{r}_p$ .

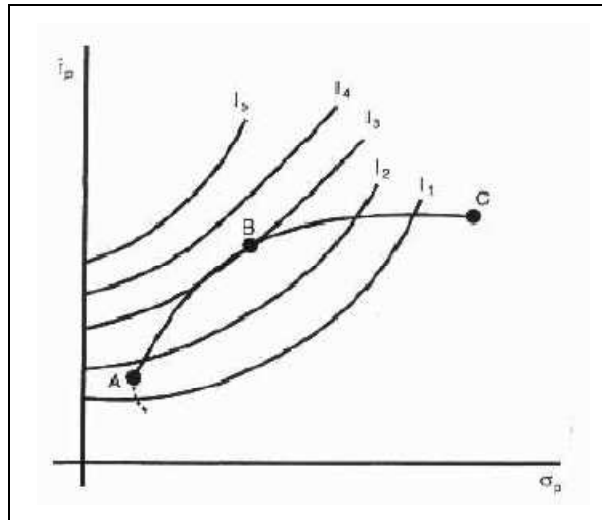
La aversión al riesgo supuesta en el análisis lleva a que las distintas curvas de indiferencia tengan pendientes positivas.

El inversor estará interesado en aumentar su satisfacción, y ello se cumple en la medida de que tome en consideración curvas que se ubiquen más hacia arriba y a la izquierda.

De esta forma, la figura 2 representa gráficamente las oportunidades disponibles y las más eficientes que el mercado posibilita, junto con las curvas de indiferencia de un inversor que representan sus preferencias ante el riesgo y el rendimiento.

El portafolio óptimo es *B*, que perteneciendo a la frontera de eficiencia, coloca al inversor en su curva de indiferencia más alta posible.

Figura 2



El óptimo surge, entonces, de la confluencia de las preferencias subjetivas sobre riesgo y rendimiento y las oportunidades de portafolios de inversiones que el mercado posibilite.

El modelo de elección de portafolios desarrollado por **Markowitz** venía a dar **una proposición sistematizada, consistente y cuantificable al viejo dicho popular “no poner todos los huevos en la misma canasta”**.

## 2.2 La determinación de portafolios óptimos

El problema de su obtención se transforma en su *formulación básica: minimizar*

$$\text{Var}(r_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i r_i - r^* = 0$$

y

$$\sum_{i=1}^n x_i - 1 = 0.$$

Donde  $r^*$  es el nivel deseado de rendimiento.

La teoría de Markowitz sobre la elección de portafolios óptimos integra una *economía normativa*, es decir, sus proposiciones indican a los inversores qué es lo que deben hacer.

En esta sección se analizará la teoría del mercado de capitales y el modelo de fijación de precios de capital, que en adelante se denotará como CAPM. La aproximación prescriptiva de Markowitz no opera en este nuevo modelo que, por el contrario, integra la *economía positiva* e intenta dar una explicación acerca de *cómo* se fijan los precios de los activos financieros.

En el modelo de Markowitz se trabajó con la primera aproximación al riesgo, que es el *riesgo total*, cuyo subrogante cuantitativo es la *varianza* (o desviación típica).

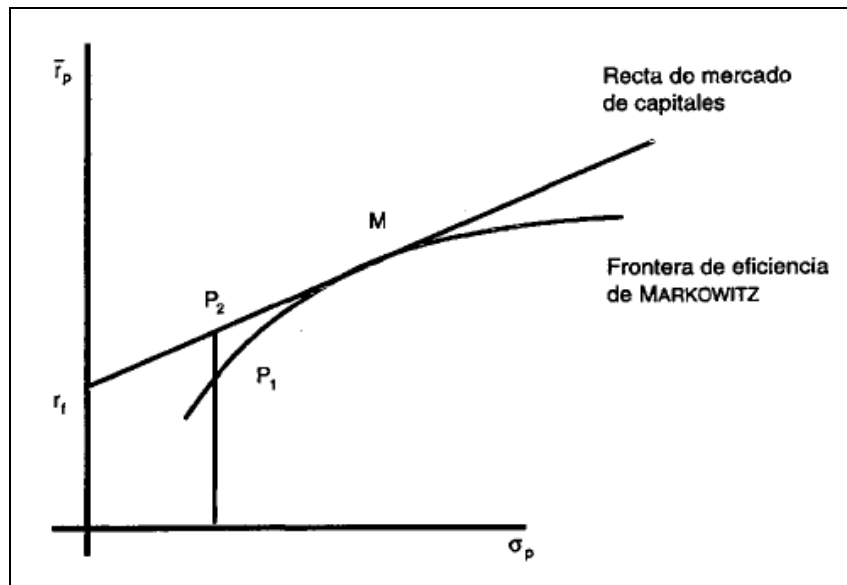
### 2.3 Recta de mercado de capitales

El modelo del Prof. Markowitz está elaborado a partir de activos riesgosos. No existe en él un activo libre de riesgo, esto es, que tenga rendimientos conocidos con certidumbre. El modelo no considera la posibilidad de construir una frontera de eficiencia en presencia de activos riesgosos y de un activo libre de riesgo.

La frontera de eficiencia de Markowitz, construida con activos riesgosos, se conforma sobre la base de los rendimientos esperados y las varianzas (o desviaciones estándar) y el óptimo se verifica en la tangencia de una curva de indiferencia del inversor con la frontera.

Introduciendo ahora en el análisis, un activo libre de riesgo y recordando el supuesto de que los inversores pueden prestar o pedir prestado a una misma tasa libre de riesgo, la conclusión a la que se arriba con la teoría de Markowitz queda ilustrada en la figura 3.

Figura 3



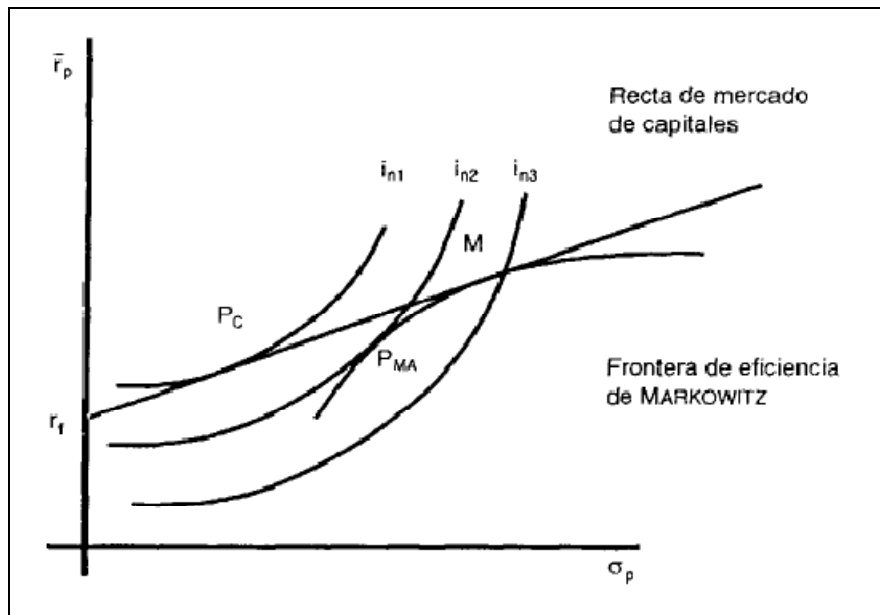
La recta de mercado de capitales muestra las distintas combinaciones de portafolios formados por una tasa libre de riesgo y el portafolio  $M$  que integra la frontera de eficiencia de Markowitz. La recta es tangente a la anterior frontera de eficiencia en  $M$ .

Los portafolios que integran la recta de mercado de capitales conforman una nueva frontera de eficiencia y a la izquierda de  $M$  están integrados por distintas combinaciones de la tasa libre de riesgo y el portafolio  $M$ . Los portafolios a la derecha de  $M$ , son compras de portafolios  $M$  hechos con fondos que se toman prestados a la tasa libre de riesgo.

La recta de mercado de capitales domina la frontera de eficiencia de Markowitz, excepto en el punto  $M$ . Así, el portafolio  $P_1$ , para el mismo riesgo que el  $P_2$  tiene un menor rendimiento esperado que este último, por lo que  $P_2$  será preferido por todo inversor adverso al riesgo.

La selección de un portafolio óptimo con la introducción de un activo libre de riesgo será, en el punto de tangencia de la curva de indiferencia más alta con la recta de mercado de capitales como se aprecia en la figura 4.

Figura 4



Donde:

M	portafolio del mercado
$i_{n1}$ $i_{n2}$ $i_{n3}$	curvas de indiferencia del mercado
$r_f$	tasa libre de riesgo
$P_{MA}$	portafolio óptimo en la frontera de eficiencia de Markowitz
$P_C$	portafolio óptimo en la frontera de eficiencia de la recta de mercado de capitales

Sin una tasa de libre de riesgo, el portafolio óptimo para el inversor considerado era  $P_{MA}$ . La nueva elección de portafolio óptimo con la nueva frontera de eficiencia (recta de mercado de capitales) será  $P_C$ .

## 2.4 Teorema de separación

El Prof. James Tobin (1958), estudiando aspectos de la demanda keynesiana de dinero, introdujo el citado activo libre de riesgo en la contratación de portafolios. Tobin señala que este portafolio  $M$  está más allá de las preferencias de los distintos inversores. De esta forma, se puede señalar que es el portafolio de activos riesgosos que va a ser elegido por los individuos con independencia de sus propias actitudes ante el riesgo.

¿Quiere decir entonces que las preferencias individuales no ingresan en el análisis? Efectivamente sí. Pero en la determinación de las proporciones de  $r_f$  y de  $M$  que se incluyen en el portafolio. De esta forma, existen dos fondos separados.

*Cada inversor compondrá su portafolio óptimo a través de una combinación del activo libre de riesgo ( $r_f$ ) y del portafolio de activos riesgosos ( $M$ ), más allá de las preferencias individuales. Lo que no está más allá de estas preferencias es la posibilidad de combinación de ambos fondos.*

## 2.5 La expresión de la recta de mercado de capitales

Gráficamente, la derivación de la pendiente de la recta de mercado de capitales surge del cociente entre la diferencia entre rendimientos esperados del portafolio del mercado y el del activo libre de riesgo ( $\bar{r}_M - r_f$ ) dividido entre la diferencia de sus riesgos ( $\sigma_M - 0$ ); la pendiente es, por lo tanto  $(\bar{r}_M - r_f)/\sigma_M$ . La ordenada en el origen es  $r_f$ , de donde la recta de mercado de capitales será:

$$\bar{r}_p = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_p$$

en los cuales  $\bar{r}_p$  y  $\sigma_p$  son el rendimiento esperado y la desviación estándar de un portafolio eficiente.

Importante comentar el *significado económico* que tiene la pendiente de la recta de mercado de capitales. El numerador muestra el **premio por el riesgo** con el que el mercado recompensa al tenedor de un portafolio del mercado  $M$ , por encima de la tasa libre de riesgo.

El denominador, como se aprecia, es el riesgo del portafolio del mercado. De esta forma, la pendiente mide, en condición de equilibrio, la recompensa en términos de rentabilidad por unidad de riesgo.

*Dentro de este conjunto, hay un subconjunto de portafolios que para cada nivel de riesgo maximizan el rendimiento, o que minimizan el riesgo para cada nivel de rendimiento. Este subconjunto se denomina set de portafolios eficiente, o frontera de eficiencia.*

*El óptimo surge, entonces, de la confluencia de las preferencias subjetivas sobre riesgo y rendimiento y las oportunidades de portafolios de inversiones que el mercado posibilita. El punto B, es un caso de óptimo de elección.*

## 2.6 El CAPM

A partir de aquí, se profundizará el análisis para llegar a determinar cómo se fija el **precio de un activo riesgoso**.

**Riesgo sistemático y riesgo no sistemático.** En los desarrollos de la teoría del portafolio del Prof. Markowitz, la medida apropiada del **riesgo total** ha sido la varianza.

Esta medida del riesgo, sin embargo, se puede dividir en dos tipos de riesgo: sistemático y no sistemático.

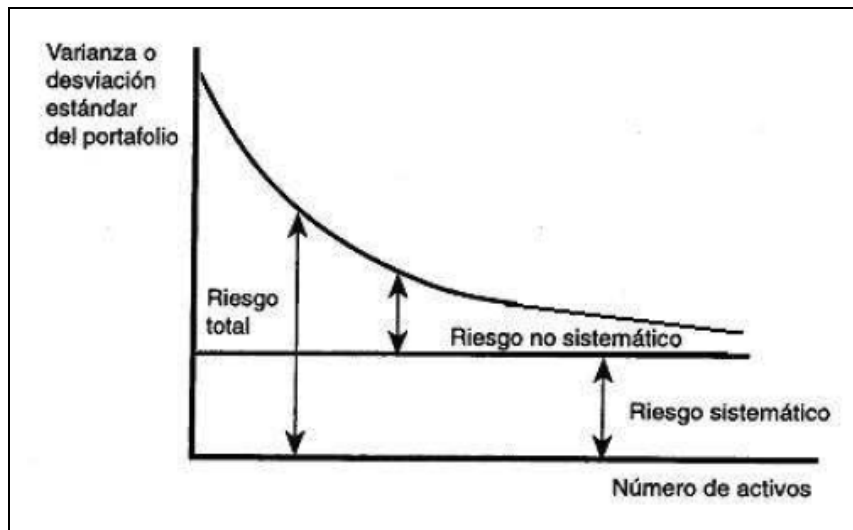
El **riesgo sistemático** ha sido definido por el Prof. Sharpe como la variabilidad de los activos que puede ser atribuida a un factor común. Está vinculado al mercado en general, a las condiciones generales de la economía, a la inflación o a factores políticos, para numerar algunas posibles causas.

Este riesgo, conocido también como **riesgo no diversificable** o **riesgo de mercado**, es el mínimo nivel de riesgo al que se llega con la diversificación de portafolios tomando un número significativo de activos. Es el riesgo que no se puede disminuir a través de la diversificación. Toma a todos los activos, aunque con distinta intensidad.

La otra porción de riesgo, esto es, el **riesgo no sistemático**, es referenciada por el Prof. Sharpe como la porción de variabilidad de un activo que puede ser eliminado a través de la diversificación eficiente. Este riesgo también se conoce como **riesgo diversificable**, **riesgo único**, **riesgo residual** o **riesgo específico de una empresa**.

La figura 5 muestra cómo al incrementarse el número de activos va decreciendo el riesgo total por causa de la caída del riesgo no sistemático.

Figura 5



Los aspectos cuantitativos de las dos partes del riesgo mencionadas se visualizan mejor luego de presentar el modelo de mercado.

**Modelo de mercado.** El CAPM se asienta en que sólo un factor (el mercado) afecta los rendimientos de un activo. Esta relación es conocida como **modelo de mercado** y fue expuesta por Sharpe (1963) quien la llamó **modelo de un solo índice**, y por el Prof. Jack Treynor (1965), en manuscritos no publicados (1961), quien la denominó **recta característica de un activo**.

El modelo de mercado vincula linealmente los rendimientos de un activo con los rendimientos del portafolio del mercado, y se expresa como:

$$r_{it} = \tau_i + \beta_i r_{Mt} + \varepsilon_{it}$$

Donde:

$r_{it}$  rendimiento del activo  $i$  en el período  $t$

$r_{Mt}$  rendimiento del portafolio del mercado en el período  $t$

$\tau_i$  término que representa al componente que no corresponde al mercado en el rendimiento del activo  $i$

$\beta_i$  término que relaciona los cambios en los rendimientos del activo  $i$  con los cambios en el portafolio de mercado

$\varepsilon_{it}$  término de error aleatorio que refleja el riesgo diversificable asociado con la inversión en un activo

El modelo establece que el rendimiento de un activo depende del mercado y la influencia de éste es cuantificada por beta ( $\beta_i$ ), así como también del riesgo propio de la empresa medido por  $\varepsilon_{it}$ .

Dado que es la pendiente de la recta, beta ( $\beta_i$ ) muestra en qué medida los rendimientos de un activo, compilados históricamente, cambian *sistemáticamente* con las variaciones en los rendimientos del mercado. Por ello se considera a **beta** como un *índice del riesgo sistemático* debido a las condiciones generales del mercado que no pueden ser eliminadas por la diversificación.

Ello significaría que si una empresa tiene un beta igual a 1,8, por cada movimiento de los rendimientos del mercado (con un  $\alpha$  muy bajo) los rendimientos de la empresa cambian en 1,8



veces. Cuando un activo tiene un beta superior a 1 se llama agresivo y si es menor que 1 se denomina defensivo.

El coeficiente **beta** es estimado por  $\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\text{Var}(r_M)}$

Y, siguiendo esta expresión, el beta de los rendimientos del mercado es 1.

En efecto, la covarianza de los rendimientos consigo misma es igual a la varianza del mercado, de donde  $\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_M, r_M)}{\text{Var}(r_M)} = \frac{\text{Var}(r_M)}{\text{Var}(r_M)} = 1$

*El porcentaje de riesgo no sistemático es medido por la unidad menos el coeficiente de determinación de la recta que representa el modelo de mercado.*

**La recta de mercado de valores.** La **recta de mercado de valores** es una extensión lógica del modelo que representa la recta de mercado de capitales y vincula: los rendimientos requeridos en equilibrio.

Para obtener cuál es la tasa de rendimiento de un activo *i* en equilibrio, se tiene que:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f) \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Esta ecuación es conocida como **recta de mercado de valores** y es la expresión básica del **CAPM**. Así es que la tasa de rendimiento en equilibrio de un activo *i* es igual a la tasa libre de riesgo más un premio por el riesgo, que es el producto del precio por el riesgo y la cantidad de riesgo.

**De esta forma, el CAPM apareció brindando una aproximación sistematizada consistente y cuantificable al viejo concepto de costo de oportunidad.**

$$r_i = r_f + \underbrace{[\bar{r}_M - r_f]}_{\text{Precio del riesgo}} \times \underbrace{\frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}}_{\text{Cantidad de riesgo}}$$

Tasa libre de riesgo      Premio por el riesgo

La cantidad de riesgo es  $\beta$ , y la ecuación queda:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f) \beta_i$$

Esta misma ecuación, dado que  $\sigma_M^2$  es constante para los distintos activos, se suele representar como

$$\bar{r}_i = r_f + \left[ \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \right] \sigma_{iM}$$

### 3. Sharpe II. El contexto del enfoque de la *State Preference Theory*

#### 3.1 El cambio

Durante años de su carrera académica el Prof. Sharpe continuó por la senda de *media-varianza*, algunos de sus más famosos libros, tal el caso de *Portfolio Theory and Capital Markets* (1970) McGraw Hill; o *Investments* (1999) junto a G. Alexander y J. Bailey, Prentice Hall se encuentran dentro de esta aproximación.

En su libro más reciente, *Investors and Markets. Portfolio Choices, Asset Prices and Investment Advice*, (2007) Princeton University Press, basado en las Princeton Lectures in Finance que dictara previamente, cambia de aproximación. En el abandona la de media y varianza, que tenía supuestos restrictivos y algunas complejidades matemáticas, para recostarse sobre la aproximación de *state/preference*, enfoque este que se basa en simulaciones más fácil de entenderse. La aproximación *state/preference*, está basada en un modelo más cercano a la ingeniería financiera que otros más próximos a la “torre de marfil”.

A este respecto, el Prof. Sharpe señala en una entrevista, refiriéndose al nuevo camino que toma que “piensa que está bien más allá que la media-varianza”.

Es muy probable que la nueva aproximación funcione en el mundo real. Sharpe señala que estamos en el comienzo. Si funciona adecuadamente estamos frente a una aproximación que dejara a un costado a la aproximación de media varianza.

Sharpe es un académico bien dispuesto a reexaminar sus aportes previos y él no está muy ocupado en tratar de mantenerlos a toda costa. Y tan es así que, en una reciente entrevista le preguntaron “si este nuevo enfoque funciona bien, es una nueva aproximación para valorar activos que echa por tierra el CAPM”. Y él respondió, “así es efectivamente”.

Dado que el Prof. Sharpe aborda su nuevo camino a través del *state preference theory*. El autor ha entendido de utilidad hacer un breve repaso de la misma.

### 3.2 La State Preference Theory

La *State Preference Theory*, en adelante SPT, es una aproximación simple y elegante de presentar el funcionamiento de los mercados financieros, los cursos de acción a ser tomados en el futuro son contingentes en distintos estados del comportamiento del mundo. A esta teoría además de los aportes de Arrow y Debreu posteriormente se le hicieron ampliaciones por Hirchleifer (1964, 1965, 1966) y Myers (1968).

La teoría busca la elección de determinar por los deseos de los agentes económicos para obtener cierto consumo a través del tiempo. El futuro tiene incertidumbre, y por tanto, el valor de los activos depende de los estados futuros de la economía. La incertidumbre puede ser caracterizada por varios mutuamente exclusivos, y exhaustivos estados futuros que pueden ocurrir en el tiempo  $t_1$ . El inversor puede conocer las diferentes probabilidades de los estados futuros, pero no va a conocer cuál de ellos va a ocurrir. De esta manera, los activos pueden ser vistos como un set de posibles rendimientos, que cada uno de ellos puede ocurrir en un mutuamente excluyente estado de la economía. Matemáticamente, el valor incierto de los rendimientos de un activo para cada estado posible  $\omega_S$  puede representarse por el siguiente vector:

$$a_j = \begin{pmatrix} a_j(\omega_1) \\ \vdots \\ a_j(\omega_S) \end{pmatrix}$$

Los individuos conocen el rendimiento posible de cada estado pero no cuál de los estados va a ocurrir. Al tiempo 0 el vector de precios está dado por:

$$p_j = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_j \end{pmatrix}$$

Del cual cada  $p_j$  es el precio del activo  $a_j$ .

Es importante introducir a esta altura el concepto de activos puros que son típicamente activos que tienen un rendimiento positivo en cada estado de la naturaleza.

El vector de rendimiento puede verse como una combinación lineal de inversiones primitivas que son conocidas también como las Arrow-Debreu-Securities (ADS) que son las que rinden una unidad monetaria en un estado S y 0 en los otros.

$$e_s = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{estado } s$$

Para tener los rendimientos de los activos en cada uno de los estados podemos tener una matriz  $S \times J$  que sería una matriz de rendimientos  $D$ . Cada fila representa un estado y cada columna representa un activo. De esta forma se puede ver una representación bien simple de un mercado financiero.

$$D = \begin{pmatrix} a_1(\omega_1) & a_2(\omega_1) & \dots & a_j(\omega_1) \\ a_1(\omega_2) & a_2(\omega_2) & \dots & a_j(\omega_2) \\ a_1(\omega_s) & a_2(\omega_s) & \dots & a_j(\omega_s) \end{pmatrix}$$

Además un portafolio  $x$  como una combinación lineal de activos dónde  $x_j$  representa el número de activos.

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \end{pmatrix}$$

Dos conceptos importantes que completan el cuerpo teórico de la teoría de Arrow y Debreu son: la de mercados completos y la condición de no arbitraje. Un mercado es completo, si cada estructura de rendimientos es obtenible. Si los rendimientos de los activos se desarrollan en los  $S$  estados. En cuanto tiene relación con la condición de no arbitraje podemos establecer que el equilibrio de los mercados de capitales requiere que los precios de mercado, se establezcan de forma tal que la demanda iguale a la oferta para cada activo individual. En otras palabras lo que quiere decir esto, es la *ley de un solo precio de los mercados* que en definitiva, significa que dos portafolios con los mismos flujos al tiempo  $t_1$  deben tener el mismo precio.

A partir de los desarrollos precedentes, se puede derivar la relación entre los precios de mercados de los activos y los precios de los ADS simplemente, resolviendo un sistema de ecuaciones lineales.

Con los supuestos dados, un nuevo activo con su corriente de flujos de fondos es valuado a través de los precios de las originales  $J$  activos. Esto queda claro con lo que se ha dado en llamar vector de precios de los estados  $v$ .

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_s \end{pmatrix}$$

Donde  $p = D^T v$ . Para cada  $v_s$  es el precio de los ADS  $e$

Los precios de los estados son inferidos a partir de los precios de los activos existentes. Este vector de precio de los estados, nos permite a nosotros así valorar cualquier corriente de flujo de fondo incierto, multiplicando cada estado contingente demandado, por su estado de precios.

Los precios de los activos en el mercado en un momento, permiten obtener cuál sería el precio de los ADS y, teniendo los precios de los ADS, se pueden tener los precios de todos los otros activos considerados antes.

### 3.3 Discusión

Con más frecuencia que la deseada, la Elección de Portafolios y la Fijación de Precios han sido temas que en la academia y la profesión financiera han sido tratados por separados.

El CAPM se refiere la forma a través de la cual los precios de ellos son determinados en los mercados de capitales y las resultantes relaciones entre rendimientos esperados y riesgos asociados. Se trata de una teoría descriptiva o positiva, es decir habla de la realidad. Por su parte, la Teoría del Portafolio, se ocupa de como los inversores hacen o deben hacer sus inversiones. Esta teoría es del tipo normativo, esto es prescribe conductas.

Sharpe, en su último libro toma la posición *“que ambos aspectos no pueden estar separados. Los precios de los activos son determinados como parte de un proceso en el cual los inversores efectúan sus elecciones de portafolios”*.

Y agrega el autor: *“Las elecciones adecuadas de portafolios por parte de un individuo depende crucialmente de los rendimientos esperados y riesgos asociados con diferentes estrategias de los mercados y eso depende de la forma en la cual el precio de un activo es fijado. Nuestro objetivo-continua Sharpe- es aproximar los dos aspectos como un sujeto y no como dos”*

Sharpe en su último libro de 2007, ya citado, presenta una forma diferente de enfocar los precios de los activos financieros y señala: *“...la visión subyacente del futuro incierto no está basada en el enfoque de media/varianza expuesto por Markovitz (1952), que fue usado como base para la versión original del Capital Asset Pricing Model (CAPM) de Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) y, Treynor (1999). En su lugar, basaremos nuestro análisis en la versión directa de la aproximación de la incertidumbre de la State/Preference desarrollada por Arrow (1953) y extendiendo el trabajo de Arrow (1951) y Debreu (1951).”* (Sharpe, 2008: 2)

Ya hemos dedicado algún espacio para presentar someramente la *State Preference Theory*. Esta es utilizada en un tiempo discreto y con un resultado discreto. Tiene naturalmente, un cálculo más fácil y la incertidumbre es recogida asignando probabilidades a escenarios futuros alternativos del mundo cada uno de los cuales provee un grupo de inversiones diferente. Por ello, en esta aproximación que adopta Sharpe, no es necesario utilizar funciones continuas del tipo de la normal o la log-normal sino se pueden crear distribuciones discretas.

En este estado, la realización de simulaciones se hace muy importante. El modelo que usa Sharpe en su último libro es el **APSIM** (*Asset Pricing and Portfolio Choice Simulator*). *“La computación permite trabajar sin necesidad de formular complejos modelos algebraicos, al manipular las ecuaciones permite construir un modelo de computación de un mundo de individuos, hacer transar uno con otro hasta no querer más y entonces examinar las construcciones de portafolios y precios de los activos”*, dice el autor.

No todo académico está de acuerdo con las nuevas apreciaciones de Sharpe. Su maestro, Harry Markowitz señaló: *“Yo encuentro la SPT un supuesto demasiado general donde muy poca cosa específica puede ser deducible”*.

## 4. Conclusiones

Es claro que el CAPM tiene limitaciones de consideración entre ellas no está diseñado para eventos económicos extraordinarios, como depresiones, burbujas, hiperinflaciones y ataques terroristas.

Estos riesgos o solo son ignorados en el modelo sino que distribuye los rendimientos de los activos en base a una distribución normal. Ignora las colas de las distribuciones.

También naturalmente, todos los individuos tienen idénticas expectativas así como creencias sobre el mundo y claro sobre los mercados.

También ignora por otra parte, la existencia de impuestos, costos de transacciones y la iliquidez, así como se puede pedir prestado a la tasa libre de riesgo.

En su nuevo libro de 2007, el autor cambia de contexto teórico y sale de la media-varianza e ingresa en la state preference theory con simulaciones para aproximar sus proposiciones a un mundo más real.

Pero en todo caso, y refiriéndose al CAPM y a Beta señala en una entrevista: “*Por tanto, afortunadamente estamos en un punto en el cual una inversión con un Beta alto debería tener un mayor rendimiento esperad o que una inversión con un Beta bajo*” y agrega, “*podemos decir, bueno, en el largo plazo no se debería esperar mejor performance con acciones-que en el corto plazo pueden hacer cosas terribles- que con bonos*” De acuerdo al Prof. Sharpe, este es el mensaje principal del CAPM.

En su nuevo libro, opta por otra corriente, para definir portafolios y rendimiento de los activos. El reconoce que está en pleno proceso y, que este está “*más alla de la media varianza*”. Como sucede en ciencia, el tiempo es un jugador decisivo para emitir juicios más rotundos.

## REFERENCIAS

- Arrow, K. (1951), *An extention of the basic theorems of classic welfare economics*, Berkeley
- Arrow, K. (1953), Le role de valeurs boursieres pour la repartition le leillure des risqué, *Research Scientifique*
- Debreu, G. (1951), The coefficient of resource utilization, *Econometrica*
- Fornero, R. (2014), *CAPM; Cincuenta años de una aventura intelectual*, SADAF
- Lintner, J. (1965) The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics*
- Markowitz, H. (1952), Portfolio Selection, *Journal of Finance*
- Mossin, J. (1966), Equilibrium in a capital asset market, *Econometrica*
- Pascale, R. (2009), *Decisiones Financieras*, Pearson Prentice Hall
- Sharpe, W., Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*
- Sharpe, W. (1970), *Portfolio Theory and Capital Markets*, McGraw Hill
- Sharpe, W. (2007), *Investors and Markets. Portfolio Choices, Asset Prices and Investment Advice*, Princeton University Press
- Sharpe, W. G. Alexander y J. Bailey (1999), *Investments*, Prentice Hall
- Tobin, J. (1958), Liquidity Preference as Behavior towards Risk, *Review of Economic Studies*
- Treynor, J. *Towards a theory of the market value of risky assets*, manuscrito no publicado
- Treynor, J. (1999), *Toward a theory of market value of risky assets*. Risky Books