

LA TIR MODIFICADA COMO HERRAMIENTA COMPLEMENTARIA EN LA EVALUACIÓN FINANCIERA

**Gastón Milanesi
Fabio Rotstein
Juan Esandi
René Perotti**

Universidad Nacional del Sur

SUMARIO: 1. Introducción; 2. La reinversión de fondos; 3. Estructura y comportamiento; 4. Discrepancias y concordancias; 5. Proyectos no convencionales.

Para comentarios: milanesi@uns.edu.ar
 frotstein@uns.edu.ar
 jesandi@uns.edu.ar
 rperotti@uns.edu.ar

1. Introducción

La idea central del presente trabajo, no es tanto introducir al lector en el conocimiento de la Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM), como sí explicar su función como herramienta complementaria, así como su mecánica de cálculo.

La TIRM se diferencia de la Tasa Interna de Retorno (TIR) tradicional, en el hecho importante de que modifica el supuesto de reinversión. Es decir, con referencia al tratamiento de los flujos de fondos intermedios liberados por el proyecto. De ese modo, se asemeja más al Valor Actual Neto y conserva la capacidad de comunicación de la TIR: resulta más conveniente para emprendedores e inversores hablar de valores relativos (tasas) que de valores absolutos (montos).

Su aplicación al caso de los proyectos con flujos de fondos no convencionales, la hace más apta para el análisis, que la herramienta que la generó: la TIR. Es decir, se elimina el problema de las tasas múltiples.

2. La reinversión de fondos

En el caso de proyectos mutuamente excluyentes, se suelen verificar inconsistencias en el ordenamiento realizado por el valor actual neto (VAN) y la tasa interna de rendimiento (TIR), como consecuencia del supuesto de reinversión de los flujos de fondos intermedios liberados.

El VAN adopta como supuesto, que los flujos de fondos intermedios liberados, se reinvierten a la tasa de costo de capital promedio ponderado del proyecto bajo análisis. La TIR, por el contrario, supone que se reinvierten a la propia TIR del proyecto. Esta situación puede conducir, adoptando solamente el criterio TIR, a decisiones erróneas tanto de aceptación, como de rechazo de proyectos de inversión mutuamente excluyentes, debido a que la última medida no tiene en cuenta el costo del capital en el proceso de descuento. Y, en general, en proyectos independientes, la TIR sobrevaloraría el rendimiento esperado.

Ilustrando lo expuesto, se presenta el ejemplo de dos proyectos de inversión donde se estudiará el comportamiento de los fondos reinvertidos, bajo los supuestos adoptados por el VAN y la TIR.

En los cuadros 1 y 2 se presenta el comportamiento de los flujos de efectivo manteniendo los supuestos de reinversión del VAN. En el primer cuadro, la tasa de reinversión para los proyectos A y B es la tasa del costo de capital, la cual asciende a 10%.

Cuadro 1. Cálculo de reinversión de fondos utilizando el supuesto del VAN

Períodos	Flujo de Fondos		Factor de Capitalización	Valor Terminal	
	Proyecto A	Proyecto B		Proyecto A	Proyecto B
0	\$ -1.000,00	\$ -1.000,00	1,000	\$ -1.000,00	\$ -1.000,00
1	\$ 500,00	\$ 100,00	1,331	\$ 665,50	\$ 133,10
2	\$ 400,00	\$ 300,00	1,210	\$ 484,00	\$ 363,00
3	\$ 300,00	\$ 400,00	1,100	\$ 330,00	\$ 440,00
4	\$ 100,00	\$ 600,00	1,000	\$ 100,00	\$ 600,00
k =	10%	Valor terminal fondos positivos		\$ 1.579,50	\$ 1.536,10

Cuadro 2. VAN calculado a partir del valor terminal

Conceptos	Proyecto A	Proyecto B
Valor terminal fondos positivos	\$ 1.579,50	\$ 1.536,10
Factor de actualización	0,683	0,683
Valor actual del valor terminal	\$ 1.078,82	\$ 1.049,18
Inversión	\$ -1.000,00	\$ -1.000,00
Valor actual neto	\$ 78,82	\$ 49,18

El Valor terminal que se obtiene surge de capitalizar en forma compuesta, los flujos de efectivo libres del proyecto hasta la finalización de la vida nominal de este. El resultado generado se lo actualiza utilizando la misma tasa de costo del capital, por la cantidad de periodos del proyecto. El factor de actualización que surge de actualizar el costo del capital por la vida del proyecto es de 0,683. Así, mediante el producto entre el factor de actualización y capitalización se obtiene el valor actualizado de los flujos de fondos libres del proyecto. Deduciendo la inversión del valor actual total se llega al valor actual neto de las alternativas de inversión.

En el cuadro 3 se calcula el valor terminal de ambos proyectos utilizando la TIR. Se puede observar que para cada proyecto, la tasa de reinversión va a ser la tasa de rendimiento del proyecto, la cual es aquella que hace nulo el VAN. Esto queda demostrado en el cuadro 4 donde el valor actual del valor terminal, bajo el supuesto de reinversión de la TIR, es igual a cero para ambos proyectos.

A través de los cuadros precedentes se demostró cuales son los supuestos de reinversión de fondos adoptados por los diferentes métodos. Al ser un requisito, para la medición de la riqueza de la firma, el hecho de que el calculador financiero descuenta flujos de efectivo a la tasa de costo del capital, el VAN supera a la TIR.

Cuadro 3. Cálculo de reinversión de fondos utilizando supuesto TIR

Períodos	Proyectos		Proyecto A		Proyecto B	
	A	B	Factor de Capitaliz.	Valor Terminal	Factor de Capitaliz.	Valor Terminal
0	\$ -1.000	\$ -1.000	1,000	\$ -1.000,00	1,000	\$ -1.000,00
1	\$ 500	\$ 100	1,501	\$ 750,37	1,397	\$ 139,70
2	\$ 400	\$ 300	1,311	\$ 524,32	1,250	\$ 374,91
3	\$ 300	\$ 400	1,145	\$ 343,47	1,118	\$ 447,16
4	\$ 100	\$ 600	1,000	\$ 100,00	1,000	\$ 600,00
TIR	14,49%	11,79%	V. terminal	\$ 1.718,15	V. terminal	\$ 1.561,77

Cuadro 4. Valor actual Neto calculado a partir del valor terminal usando la TIR

Conceptos	Proyecto A	Proyecto B
Valor terminal fondos libres	\$ 1.718,15	\$ 1.561,77
Factor de actualización	0,582	0,640
Valor actual del valor terminal	\$ 1.000	\$ 1.000
Inversión	\$ -1.000	\$ -1.000
Valor Actual Neto	\$ 0	\$ 0

En realidad, un proyecto de inversión se puede pensar como la generación multiperiódica de fondos, los que se pueden clasificar en fondos aplicados al proyecto y fondos libres. Los primeros se reinvierten a la tasa de rendimiento del proyecto, los segundos son aplicados a usos alternativos que por lo menos rindan la tasa de costo de oportunidad del proyecto en cuestión.

El VAN no informa rendimientos, indica en unidades monetarias incrementos de riqueza, es decir la contribución del proyecto al valor de la firma. Este valor se manifiesta una vez atendidos los rendimientos requeridos por acreedores y propietarios, como consecuencia de poner a disposición de la firma las fuentes de financiamiento. La TIR informa rendimientos que pueden considerarse incorrectos, habida cuenta que supone que todos los flujos de efectivo generados por el proyecto rinden la medida informada por el presente método. Los únicos fondos que generaran un rendimiento equivalente a la TIR, son aquellos aplicados al proyecto. Los fondos libres rinden, en principio, la tasa de rendimiento requerida por los proveedores de fondos, es decir el costo del capital.

Las falencias de la TIR en el cálculo del rendimiento del proyecto, cobran importancia ante situaciones de proyectos mutuamente excluyentes e inversiones no convencionales.

3. Estructura y comportamiento

Con el fin de solucionar los inconvenientes a los cuales puede conducir la TIR, materia de reinversión de fondos, se propone como método alternativo la tasa interna de retorno modificada¹. Se la puede conceptualizar de dos maneras:

- I. La tasa de rendimiento a la cual el valor actual del costo del proyecto es igual a su valor terminal. Dicho valor terminal se determina como la sumatoria de los va-

¹ En adelante será mencionada por sus siglas TIRM.

lores futuros de los flujos de entrada de efectivo, capitalizados a la tasa del costo del capital del proyecto ²

- II. La tasa de rendimiento que iguala el valor actual del valor terminal de la corriente de fondos positivos y negativos con la inversión inicial. Los valores terminales de los flujos de fondos positivos surgen de capitalizarlos a la tasa del costo del capital del proyecto, mientras que los valores finales de los flujos negativos surgen de la capitalización de estos al costo del financiamiento ³.

La TIRM cambia el supuesto de reinversión de la TIR, permitiendo que los fondos se apliquen al costo del capital del proyecto o las tasas de reinversión proyectadas ⁴. Con la modificación introducida a la TIRM se la equipara al VAN en lo que refiere al nivel de tasa al cual se aplican los ingresos generados por el proyecto. El conflicto entre las dos definiciones posibles de TIRM se origina para los flujos negativos del proyecto.

Si se está frente a una inversión con un desembolso inicial y una corriente de flujos de fondos positivos, adoptar cualquiera de las definiciones de TIRM generará similares resultados, dado que los únicos que se reinvierten son los flujos de fondos positivos a la tasa de costo de oportunidad del proyecto. El conflicto se presenta cuando existen flujos de fondos positivos intercalados con flujos negativos, productos los últimos del financiamiento escalonado de la inversión. Por lo expuesto es necesario un estudio detallado de cada opción de cálculo de la TIRM.

3.1 Alternativa I

Costo de la inversión compuesto por el valor actual de los flujos negativos. La TIRM puede ser entendida como:

$$\sum_{t=1}^n \frac{FF_{(-)t}}{(1+k)^t} = \frac{\sum_{t=1}^n FF_{(+)t} (1+k)^{n-t}}{(1+TIRM)^n} \quad \text{Ecuación 1}$$

donde:

$$\sum_{t=1}^n FF_{(+)t} (1+k)^{n-t} = \text{valor terminal de los flujos de fondos positivos.}$$

$$\sum_{t=1}^n \frac{FF_{(-)t}}{(1+k)^t} = \text{valor actual de los flujos de fondos negativos.}$$

TIRM = tasa interna de retorno modificada.

De la ecuación surge que *TIRM* es aquella tasa que iguala el valor actual de los flujos de fondos negativos del proyecto con el valor terminal de los flujos positivos reinvertidos a la tasa del costo del capital. En otras palabras, toma el concepto de rendimiento de la TIR pero varía el supuesto de reinversión. La misma se puede plantear como:

² Ver Besley E. & Brigham E., *Fundamentos de administración financiera*, McGraw Hill 12ª Ed, cap. 8. También Levenfed G. & de la Maza S., *Matemáticas de las operaciones financieras y la inversión*, McGraw Hill, capítulo 14.

³ Ver López Dumraf G., *Cálculo financiero aplicado*, Editorial La Ley

⁴ Tanto VAN como TIRM brindan la flexibilidad de variar las tasas proyectadas de reinversión. Para VAN se pueden proyectar distintas tasas de descuento en función a como se espera que cambien los parámetros de los rendimientos requeridos en el mercado, por ejemplo estructura temporal del tipo libre de riesgo, prima por riesgo del mercado, riesgo de mercado del proyecto. Así VAN con tasas múltiples queda planteado:

$$VAN = -I_0 + \frac{FF_1}{(1+k_1)} + \frac{FF_2}{(1+k_2)^2} + \dots + \frac{FF_n}{(1+k_n)^n}$$

donde *k* adopta distintos valores para cada periodo.

$$TIRM = \frac{\sqrt[n]{\sum_{t=1}^n FF_{(+),t} (1+k)^{n-t}}}{\sum_{t=1}^n \frac{FF_{(-),t}}{(1+k)^t}} - 1 \quad \text{Ecuación 2}$$

Una manera más simple de conceptualizar la $TIRM$ ⁵, es partir de que es el cociente entre el valor actual del costo de la inversión y el valor terminal como consecuencia de reinvertir los flujos positivos al costo del capital del proyecto. La raíz enésima del cociente entre el valor terminal de los flujos positivos y el valor actual del costo de la inversión es igual a la $TIRM$.

La presente forma de calcular la $TIRM$ parte de la diferenciación entre flujos libres para la inversión, es decir los positivos y flujos aplicables al proyecto o los flujos negativos. Los primeros quedan liberados para ser invertidos en alternativas que como mínimo rindan la tasa de costo del capital del proyecto, de allí que se reinvierten a la tasa del VAN. Los segundos son aplicados al proyecto bajo examen por lo que su tasa de rendimiento es la tasa del proyecto, es decir la TIR . Para aclarar lo expuesto se procederá a trabajar con un proyecto de inversión que tiene una corriente alternada de flujos de fondos positivos y negativos.

Cuadro 5. Corriente de flujo de efectivos e indicadores financieros

Periodos	Flujo de Fondos
0	\$ -100
1	\$ -40
2	\$ 30
3	\$ -20
4	\$ 40
5	\$ -70
6	\$ 80
7	\$ 300
ke =	12%
ki =	8%
ko =	10%
VAN =	\$ 56,36
TIR =	16,40%

El proyecto consta de siete periodos y se adjuntan los valores correspondientes al rendimiento requerido por los propietarios ke , el cual asciende al 12%, el rendimiento requerido por los acreedores ki , el cual asciende al 8% y el costo promedio ponderado del capital el cual es del 10%⁶. El VAN y la TIR se informan dando lugar a la aceptación del proyecto. Para estudiar el comportamiento de la $TIRM$ se puede apelar al siguiente cuadro:

En la tercera columna se presenta el factor de actualización para los flujos negativos y en la cuarta el factor de capitalización para los flujos de fondos liberados a la reinversión. De allí que se tiene un valor terminal de los flujos de fondos positivos y un valor del costo de la inversión,

⁵ De hecho surge de despejar la tasa de rendimiento a interés compuesto:

$$M = C(1+i)^n \Rightarrow \frac{M}{C} = (1+i)^n \Rightarrow \sqrt[n]{\frac{M}{C}} = 1+i \Rightarrow i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

⁶ El costo promedio ponderado del capital surge de promediar las distintas fuentes de financiamiento teniendo en cuenta su grado de participación. En el presente ejemplo se presume que la estructura de capital de la firma financia por partes iguales con capital propio y ajeno. El costo del capital es 12% (0.5) + 8% (0.5) con lo cual se obtiene el 10%.

compuesto por el desembolso inicial más el valor actual de los fondos aplicados al financiamiento. En el cuadro 7 se detallan los resultados.

Cuadro 6. Comportamiento de los flujos de fondos y la TIRM

Periodo	Flujo de Fondos	Factor de Actualiz.	Factor de Capitaliz.	Valor Actual	Valor Terminal
0	\$ -100	1,000		\$ -100,00	
1	\$ -40	0,909		\$ -36,36	
2	\$ 30		1,611		\$ 48,32
3	\$ -20	0,751		\$ -15,03	
4	\$ 40		1,331		\$ 53,24
5	\$ -70	0,621		\$ -43,46	
6	\$ 80		1,100		\$ 88,00
7	\$ 300		1,000		\$ 300,00
Totales				\$ -194,85	\$ 489,56

Cuadro 7. Valor terminal, actual y TIRM

Tasa de reinversión	10%
Tasa de financiamiento	10%
Valor actual fondos negativos	
a valor absoluto: abs(VA)	\$ 194,85
Valor terminal flujos libres: VT	\$ 489,56
TIRM según ecuación	14,07%
TIRM según Excel™	14,07%
TIR	16,39%

El costo de la inversión es de \$194,85 y el valor terminal es de \$489,55. Para que el valor actual de la inversión llegue al valor final de los flujos de fondos debe rendir el 14,07%. Al presente resultado se llega con la siguiente ecuación:

$$TIRM = \sqrt[n]{\frac{VT}{abs(VA)}} - 1 \quad \text{Ecuación 3}$$

$$TIRM = \sqrt[7]{\frac{489,55}{194,85}} - 1 = 14,07\%$$

Por lo expuesto la *TIRM* también es conocida como tasa mixta debido a que incorpora los supuestos de reinversión del VAN. Es por ello que si el proyecto genera un VAN positivo, la *TIR* es mayor al costo del capital, por su condición de mixta la *TIRM* adopta un valor intermedio, es decir, $k < TIRM < TIR$. En el ejemplo $10\% < 14,07\% < 16,39\%$.

El comportamiento de la *TIRM* surge del supuesto en el cual se basa el presente método de cálculo el cual presume que los fondos aplicados a la inversión, o sea el financiamiento, se invierte a la tasa de rendimiento del proyecto. Los flujos intermedios libres, o sea los positivos, se invierten al costo del capital. Para ilustrar lo expuesto se presenta un cuadro donde se aprecia el comportamiento de las corrientes de flujos de fondos.

En el cuadro 8 se puede apreciar el esquema de reinversión de fondos a la tasa TIR. Las entradas representan fondos incorporados al proyecto, producto del financiamiento del mismo. Las salidas son los flujos generados por el proyecto que serán invertidos a la tasa del costo del capital del proyecto. En el momento 0 los \$100 iniciales se invierten a la TIR por lo cual se potencian por el factor de capitalización, es decir 1.1639. Al final del periodo 1 se tiene \$116,39 más los \$40 adicionales de financiamiento, en total \$156,39. Para el segundo periodo se reinvierten los \$156,39 los cuales ascienden a \$182,37 de los cuales se deducen \$30 para ser invertidos a la

tasa del costo del capital. La diferencia \$182,37 menos \$30 brinda los \$152,07 destinados a ser aplicados en el proyecto. Así hasta llegar el séptimo periodo, en donde los \$257,88 se invierten a la TIR para generar los \$300 que liberará la inversión.

Cuadro 8. Fondos invertidos a la TIR

Períodos	0	1	2	3	4	5	6	7
Entradas/Salidas (1+ TIR)	\$ 100,00	\$ 40,00	\$ -30,00	\$ 20,00	\$ -40,00	\$ 70,00	\$ -80,00	\$ -300,00
	1	1,1639	1,1639	1,1639	1,1639	1,1639	1,1639	1,1639
Saldo (t-1)	0	\$ 100,00	\$ 156,39	\$ 152,02	\$ 196,93	\$ 189,20	\$ 290,20	\$ 257,76
Saldo Final	\$ 100,00	\$ 156,39	\$ 152,02	\$ 196,93	\$ 189,20	\$ 290,20	\$ 257,76	\$ 0

Cuadro 9. Fondos libres a la tasa del costo del capital

Períodos		1	2	3	4	5	6	7
VA inversión	\$ 194,85							
Flujo de Fondos (1 + k)	\$ -100,00	\$ -40,00	\$ 30,00	\$ -20,00	\$ 40,00	\$ -70,00	\$ 80,00	\$ 300,00
	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
Saldo (t-1)	\$ 0,00	\$ 104,34	\$ 70,77	\$ 110,85	\$ 99,94	\$ 153,93	\$ 92,32	\$ 189,55
Saldo Final	\$ 94,85	\$ 64,34	\$ 100,77	\$ 90,85	\$ 139,94	\$ 83,93	\$ 172,32	\$ 489,55

De la misma forma que en el caso anterior se procede a estudiar el comportamiento de los fondos libres del proyecto. El costo de la inversión es igual al valor actual de los flujos negativos, el cual asciende a \$194,85. Si al costo se le deduce el requerimiento para el primer año se tienen fondos libres por \$94,85 los cuales son invertidos a la tasa del costo del capital. El resultado de la inversión de los fondos libres para el primer periodo es de \$104,34 a los cuales se les deduce \$40 a ser aplicados en el proyecto a la tasa TIR, por lo que quedan fondos disponibles por \$64,39. Este comportamiento sigue hasta el séptimo periodo, donde se tienen fondos \$189,55 que surgen de capitalizar los fondos del sexto periodo \$172,32 al 10%. Los \$300 generados por el proyecto, se adicionan a los \$189,55 obtenidos como consecuencia de invertir fondos libres a la tasa del costo del capital, se tiene el valor terminal de la corriente de fondos, el cual asciende a \$489,55.

Cuadro 10. Recursos totales. Fondos invertidos y fondos libres

Períodos	0	1	2	3	4	5	6	7
Fondos invertidos	\$ 100,00	\$ 156,39	\$ 152,02	\$ 196,93	\$ 189,20	\$ 290,20	\$ 257,76	\$ 0
Fondos libres	\$ 94,85	\$ 64,34	\$ 100,77	\$ 90,85	\$ 139,94	\$ 83,93	\$ 172,32	\$ 489,55
Recursos Totales	\$ 194,85	\$ 220,73	\$ 252,79	\$ 287,78	\$ 329,13	\$ 374,13	\$ 430,08	\$ 489,55

El cuadro resume los flujos de fondos generados por el proyecto. Se puede apreciar el comportamiento de los fondos invertidos en el proyecto a la tasa TIR y los fondos libres a la tasa del costo del capital. Los flujos totales del proyecto surgen en el último renglón donde, en el momento inicial se tiene el costo de la inversión por \$194,85 y en el último periodo el valor terminal de los flujos de fondos por \$489,72. Como fue expuesto la TIRM surge de la raíz enésima del cociente entre las dos magnitudes.

Cuadro 11. TIRM bajo el primer enfoque

Costo de la inversión	\$ 194,85
Valor terminal	\$ 489,56
Periodos	7
TIRM	14,07%

3.2 Alternativa II

Cálculo de la *TIRM* capitalizando fondos negativo y positivos. La ecuación de la *TIRM* queda planteada de la siguiente forma:

$$FF_0 = \frac{\sum_{t=1}^n FF_{(+),t} (1+k)^{n-t} + \sum_{t=1}^n FF_{(-),t} (1+k)^{n-t}}{(1+TIRM)^n} \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde el numerador es el valor terminal de los flujos de fondos positivos y negativos. Y FF_0 es la inversión inicial.

Esta manera de calcular la *TIRM* difiere de la anterior en virtud a que solo considera como inversión al desembolso inicial. Los flujos negativos se capitalizan al final de la vida del proyecto. Esta situación carece de efectos en el caso de proyectos con un único desembolso, mientras que marca diferencias en el supuesto de proyectos con inversiones de fondos periódicas. Para ilustra lo expuesto se calculará la *TIRM* utilizando los datos del ejemplo anterior.

Cuadro 12. Comportamiento de los flujos de fondos y la *TIRM*

Periodos	Flujo de Fondos	Factor de Capitaliz.	Valor Terminal
0	\$ -100,00	1,000	\$ -100,00
1	\$ -40,00	1,772	\$ -70,86
2	\$ 30,00	1,611	\$ 48,32
3	\$ -20,00	1,464	\$ -29,28
4	\$ 40,00	1,331	\$ 53,24
5	\$ -70,00	1,210	\$ -84,70
6	\$ 80,00	1,100	\$ 88,00
7	\$ 300,00	1,000	\$ 300,00
Valor Terminal			\$ 304,71

En el cuadro 13, el factor de capitalización se aplica sobre los fondos positivos y negativos utilizando la tasa del costo del capital. La mecánica de cálculo de la *TIRM*, una vez definida la inversión y el valor terminal es similar al caso anterior por lo que los valores que se obtienen son:

Cuadro 13. Valor terminal y *TIRM*

Tasa de reinversión	10%
Tasa de financiamiento	10%
Valor terminal (1)	\$ 304,71
Inversión (2)	\$ -100,00
<i>TIRM</i>	17,25%

En el presente caso la *TIRM* de la presente alternativa es levemente superior a la *TIRM* de la alternativa I. Esto es así debido a que el costo de la inversión en el presente caso es inferior al definido en el caso precedente. En el primer método se considera como inversión al valor actual de la totalidad de fondos negativos que son aplicados a la inversión. La diferencia puede encontrar también explicación por el supuesto que se adopta en materia de inversión de flujos de fondos. En ambos métodos los fondos libres se invierten a la tasa del costo del capital, pero en el primer método los fondos negativos se aplican al proyecto a la tasa de rendimiento de la inversión. En el segundo método, los flujos negativos se reinvierten a la tasa del costo del capital. Matemáticamente el valor final de los flujos negativos en el primer método es mayor que en el segundo, debido a que la *TIR* es mayor que el costo del capital ⁷.

⁷ Esto es así en la medida que el VAN sea positivo.

Quienes sostienen esta forma de cálculo de la TIRM se apoyan en que el financiamiento se hace para el futuro y que la tasa correcta de capitalización de los fondos negativos es la del costo del financiamiento, por lo que la ecuación queda planteada como:

$$FFO = \frac{\sum_{t=1}^n FF_{(+)}(1+Ko)^{n-t} + \sum_{t=1}^n FF_{(-)}(1+Kd)^{n-t}}{(1+TIRM)^n} \quad \text{Ecuación 5}$$

donde:

$$\sum_{t=1}^n FF_{(+)}(1+Ko)^{n-t} = \text{Flujos de fondos libres capitalizados a la tasa del costo del capital}$$

$$\sum_{t=1}^n FF_{(-)}(1+Kd)^{n-t} = \text{Flujos de fondos aplicados al proyecto, capitalizados a la tasa del costo del capital ajeno}$$

Si en el ejemplo anterior se varía la tasa de reinversión de fondos negativos, al 8%, la TIRM queda planteada como en el Cuadro 14.

En el cuadro 14 se muestra el comportamiento de los flujos de fondos. La diferencia con el cuadro 12 estriba en que los fondos negativos se reinvierten a la tasa del costo de financiamiento, en el presente ejemplo asciende al 8%. El resultado al cual se arriba se indica en el cuadro 15.

Cuadro 14. Comportamiento de los flujos de fondos y la TIRM con ki

Periodos	Flujo de Fondos	Factor de Capitaliz.	Valor Terminal
0	\$ -100	1	\$ -100,00
1	\$ -40	1,587	\$ -63,47
2	\$ 30	1,611	\$ 48,32
3	\$ -20	1,360	\$ -27,21
4	\$ 40	1,331	\$ 53,24
5	\$ -70	1,166	\$ -81,65
6	\$ 80	1,100	\$ 88,00
7	\$ 300	1,000	\$ 300,00
			\$ 317,22

Cuadro 15. Valor terminal, TIRM y ki

Tasa de reinversión	10%
Tasa de financiamiento	8%
Valor Terminal	\$ 317,22
Inversión	\$ -100,00
TIRM	17,93%

El resultado es del 17,93%, levemente superior al 17,25% del cuadro 13. Esto es así debido a que el valor terminal en este caso es mayor al reinvertirse los fondos negativos a una tasa inferior, del 8% en relación a invertir los fondos negativos a la tasa del costo promedio ponderado del capital.

Si se trabaja con la primera alternativa de cálculo de la TIRM, variando el supuesto de reinversión de los fondos por la tasa del costo del capital ajeno se tiene el resultado que se muestra en cuadros 16 y 17.

Cuadro 16. Comportamiento de los flujos de fondos y la TIRM con ki

Periodo	Flujo de Fondos	Factor de Actualiz.	Factor de Capitaliz.	Valor Actual	Valor Terminal
0	\$ -100	1,000		\$ -100,00	
1	\$ -40	0,926		\$ -37,04	
2	\$ 30		1,611		\$ 48,32
3	\$ -20	0,794		\$ -15,88	
4	\$ 40		1,331		\$ 53,24
5	\$ -70	0,681		\$ -47,64	
6	\$ 80		1,100		\$ 88,00
7	\$ 300		1,000		\$ 300,00
Totales				\$ -200,55	\$ 489,56

Cuadro 17. Valor terminal, TIRM y ki

Tasa de reinversión	10%
Tasa de financiamiento	8%
Valor actual fondos negativos a valor absoluto: abs(VA)	\$ -200,55
Valor terminal flujos libres: VT	\$ 489,56
TIRM según ecuación	13,60%

La TIRM es inferior a la obtenida en la primera opción de cálculo, ya que al actualizar los fondos negativos provenientes del financiamiento a una tasa menor a la del costo promedio ponderado del capital, el costo de la inversión es superior. De hecho la inversión es de \$200,55 mayor a los \$194,55 iniciales. Por el lado del supuesto de reinversión, los fondos negativos se reinvierten a una tasa inferior al rendimiento del proyecto, de hecho el 8% es inferior a la TIR que asciende al 16,39%.

En conclusión existen dos corrientes de opinión. por un lado se encuentran aquellos que sostienen que la forma de cálculo correcta la brinda la primer opción, ya que los fondos destinados financiar el proyecto son aplicados a este rindiendo la TIR de la inversión, o en otros términos integran conjuntamente con el desembolso inicial el costo del proyecto. Por el contrario los partidarios de la segunda opción de cálculo de la TIRM se apoyan en el supuesto de que el financiamiento se contrae para ser utilizado en el futuro, calculándose un valor final de la corriente de fondos negativos a la tasa de financiamiento.

4. Discrepancias y concordancias

A continuación se procederá a estudiar el comportamiento de la TIRM, en lo que respecta al criterio de selección de proyectos de inversión. Se toma un ejemplo de cálculo para dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes.

El cuadro 18 muestra un esquema del perfil que adopta el VAN y la TIRM ante distintas tasas de costo del capital. Se debe aclarar que la TIR, al reinvertir los flujos a la tasa de rendimiento del proyecto, sin tener en cuenta el costo del capital arroja un único resultado. En lo que respecta al cálculo de la TIRM, al ser proyectos único flujo de efectivo negativo al inicio, es indistinta la forma de cálculo que se adopte.

La aceptación o rechazo depende del nivel de la tasa de costo del capital del proyecto, la cual en última instancia es a la tasa que se supone, se reinvertirán los flujos derivados de la inversión.

La tasa de cruce es del 7, 17% en donde el VAN y la TIRM de ambos proyectos coinciden, siendo un nivel de indiferencia en la elección entre los proyectos en cuestión. Las TIR de las inversiones son del 14,49% para el proyecto A y del 11,79% para el proyecto B.

Cuadro 18. VAN, TIR Y TIRM para proyectos mutuamente excluyentes

Períodos	Proyectos		Ko	VAN		TIRM	
	A	B		A	B	A	B
0	\$ -1.000,00	\$ -1.000,00	0,00%	\$ 300,00	\$ 400,00	6,78%	8,78%
1	\$ 500,00	\$ 100,00	5,00%	\$ 180,42	\$ 206,50	9,45%	10,05%
2	\$ 400,00	\$ 300,00	7,17%	\$ 134,35	\$ 134,32	10,60%	10,60%
3	\$ 300,00	\$ 400,00	8,00%	\$ 117,55	\$ 108,35	11,04%	10,81%
4	\$ 100,00	\$ 600,00	10,00%	\$ 78,82	\$ 49,18	12,11%	11,33%
TIR A			14,49%	\$ 0,00	\$ -68,02	14,49%	12,49%
TIR B			11,79%	\$ 46,10	\$ 0,00	13,06%	11,79%
Tasa máxima			20,00%	\$ -83,72	\$ -187,50	17,41%	13,93%

En el presente ejemplo, para un rango de costo del capital que oscile entre 0% y 5%, el VAN de la inversión B es mayor al VAN de la inversión A conforme surge del cuadro. Para tasas de más del 5% hasta el 10% el VAN del proyecto A es mayor al VAN del proyecto B. La TIRM, al adoptar los mismos supuestos que el VAN en materia de reinversión de flujos de fondos, ordenará igual que dicho método. Esta aseveración se puede apreciar en los valores que surgen del cuadro 18.

En la ilustración 1 se puede apreciar la sensibilidad del VAN y la TIRM al costo del capital. Si el último es mayor a la tasa de cruce, entonces el VAN tiene el mismo criterio de selección que la TIR. De hecho VAN A es mayor al VAN B y la TIR A es superior a la TIR B. La TIRM, al partir del supuesto de reinversión de fondos al costo del capital, adopta el mismo criterio de selección que el VAN, tal que para niveles de tasas por encima de la tasa de cruce la TIRM A es mayor a la TIRM B.

Se puede concluir con la primera regla de selección:

Regla 1

$$\text{Si } k > rc \Rightarrow \text{VAN} = \text{TIR} = \text{TIRM}$$

No se quiere expresar relaciones numéricas, sino dejar establecido que si el costo del capital es superior a la tasa de cruce, entonces los tres métodos arrojan similares resultados para proyectos de inversión mutuamente excluyentes de igual duración y escala.

Si el costo del capital es inferior a la tasa de cruce, entonces el VAN no tienen el mismo criterio para ordenar proyectos que la TIR. De hecho el VAN de A es menor al VAN de B, sin perjuicio que la TIR de A es mayor a la TIR de B. No obstante la contradicción entre VAN y TIR, la TIRM, al mantener el supuesto de reinversión similar al VAN, ordena igual que esta medida. En efecto, la TIRM de A es menor a la TIRM de B para un rango de costo del capital por debajo de la tasa de cruce. A partir de lo expuesto se puede enunciar una segunda regla de selección:

Regla 2

$$\text{Si } k < rc \Rightarrow \text{VAN} = \text{TIRM} \neq \text{TIR}$$

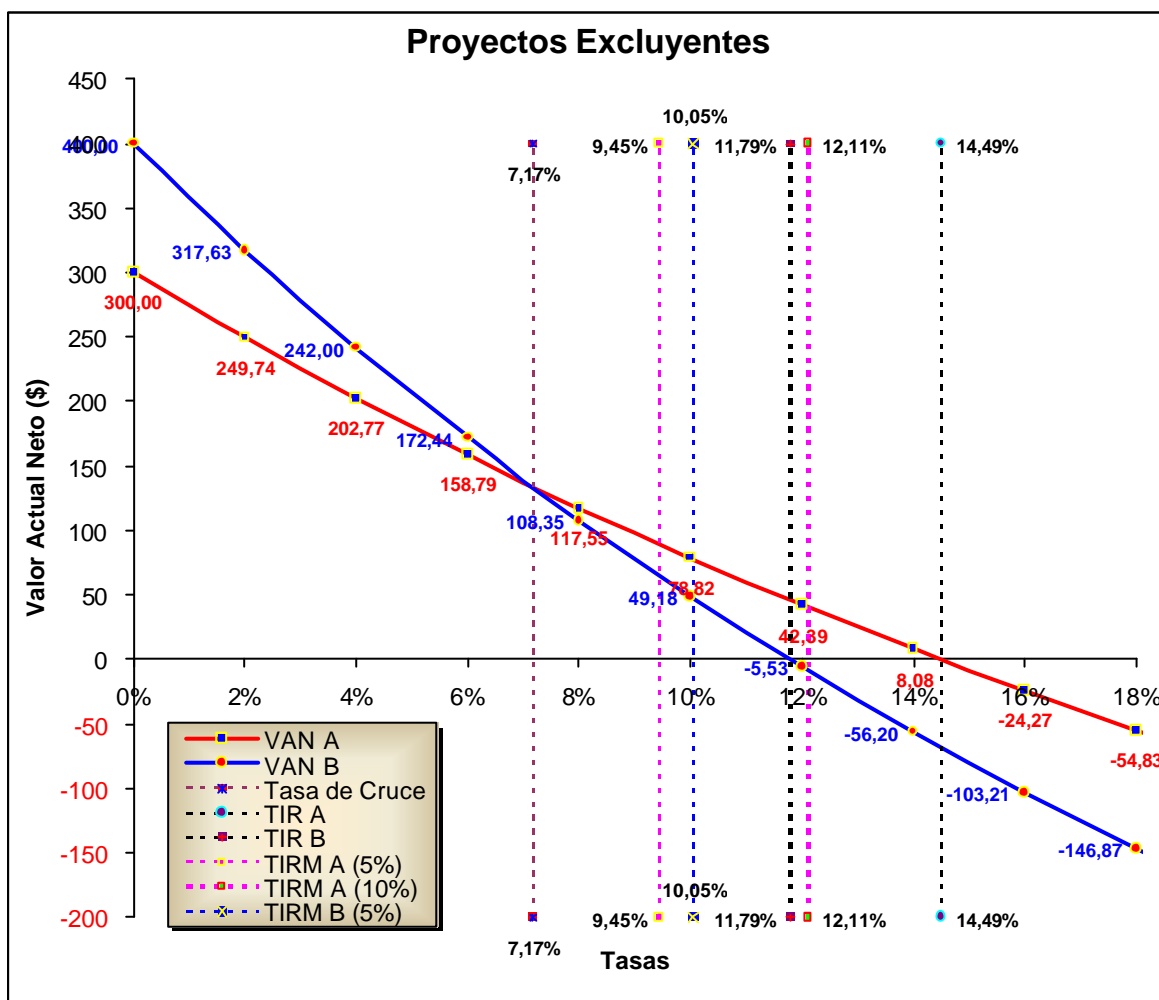
Significa que para proyectos mutuamente excluyentes de similar escala y duración, el VAN y la TIRM mantienen el mismo criterio de selección, separándose de la TIR. Esto es así en virtud a que los dos primeros métodos de evaluación financiera comparten el mismo supuesto de reinversión de fondos.

La TIRM cumple con reservas los requisitos que debe observar un método que pretenda medir el incremento de la riqueza de la firma de acuerdo al objetivo financiero, debido a:

- ◆ Considera todos los flujos de fondos derivados del proyecto al igual que el VAN.
- ◆ Descuenta los flujos de fondos a la tasa del costo del capital ajustada por riesgo del proyecto, similar criterio al del VAN.

- ◆ En el caso de proyectos mutuamente excluyentes de igual escala, selecciona el que mayor valor incorpore a la organización, dado el supuesto de reinversión de fondos que la presente medida mantiene.
- ◆ Cumple con el principio de aditividad de valor, en la medida que los proyectos de inversión demanden similares aplicaciones de recursos monetarios. En otros términos sean de similar escala.

Gráfico 1. Perfil del VAN, TIR y TIRM con proyectos mutuamente excluyentes



Nota: no se reproduce en el gráfico la TIRM de B (10%), pues su valor se superpone con el de la TIR de B.

Al cumplir con estos cuatro requisitos, la TIRM conduce a similares conclusiones que el VAN, en la medida que se cumplan las siguientes condiciones relacionadas con los proyectos:

- ◆ Para proyectos mutuamente excluyentes en donde los flujos de fondos generados por los proyectos se pueden presentar con distinta frecuencia temporal entre las inversiones, pero estas tengan similar escala o demanden equivalentes inversiones de recursos monetarios.
- ◆ Para proyectos mutuamente excluyentes, con distintas duraciones nominales para cada uno, pero con similar tamaño este último medido por la cuantía de inversión que demandan.

De cumplirse con estos requisitos, la TIRM ordena igual que el VAN. El conflicto entre la TIRM y VAN se produce cuando se estudian inversiones excluyentes de diferente magnitud. En tal caso la TIRM, no mantiene el criterio de selección del VAN, y por ende no cumple con algunas de las condiciones mencionadas para un calculador financiero que pretenda medir el incremento de la riqueza. Las falencias de la TIRM, ante oportunidades sustitutas de diferente escala, se presentan en el hecho de que no selecciona el mejor proyecto, si son mutuamente excluyentes, como así tampoco cumple con el principio de aditividad del valor.

Los inconvenientes del presente calculador comparten el mismo origen que la TIR, en virtud a que los resultados informan rendimientos. Estos son calculados por la TIR y la TIRM mediante relaciones, que no informan en términos absolutos, el valor aportado por el proyecto a la firma, resultado que sí es informado por el VAN.

5. Proyectos no convencionales

Oportunamente se explicó que las inversiones pueden clasificarse en relación al comportamiento de los flujos de fondos en convencionales y no convencionales. Con el último grupo de proyectos se presentan inconvenientes para calcular los rendimientos mediante el uso de la TIR, ya que esta medida puede reportar dos resultados que igualan a cero a la expresión matemática. El presente hecho es conocido como el problema de las tasas de reinversión múltiples.

Matemáticamente la TIR múltiple es un resultado de la regla de signos de Descartes, en donde cada vez que el flujo de efectivo cambie de signo, existe la posibilidad de que se presente una nueva raíz en correspondiente a la función polinómica como resultado.

En el cuadro se observa la estructura de flujos de efectivo de un proyecto no convencional.

Cuadro 18. Cálculo de las TIR múltiples

Periodos	Flujo de Fondos	ko	VAN	TIRM
0	\$ -1.600	0%	\$ -1.600	-7,15%
1	\$ 10.000	10%	\$ -774	5,60%
2	\$ -10.000	25%	\$ 0	25,00%
TIR1	25%	100%	\$ 900	120,86%
TIR2	400%	400%	\$ 0	400,00%

La función cambia dos veces de signos tal que existen posibilidades de presentarse dos posibles resultados, resolviendo la ecuación para calcular la TIR.

$$VAN = 0 = \frac{-1.600}{(1+TIR)^0} + \frac{10.000}{(1+TIR)^1} + \frac{-10.000}{(1+TIR)^2} \quad \text{Ecuación 6}$$

Resolviendo:

$$0 = \frac{-1.600(1+TIR)^0 + 10.000(1+TIR)^1 - 10.000}{(1+TIR)^2}$$

$$0 = 1.600(1+TIR)^2 - 10.000(1+TIR)^1 + 10.000$$

Claramente la ecuación tiene dos raíces. La forma general es $ax^2 + bx + c = 0$

La ecuación puede ser resuelta usando la forma cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

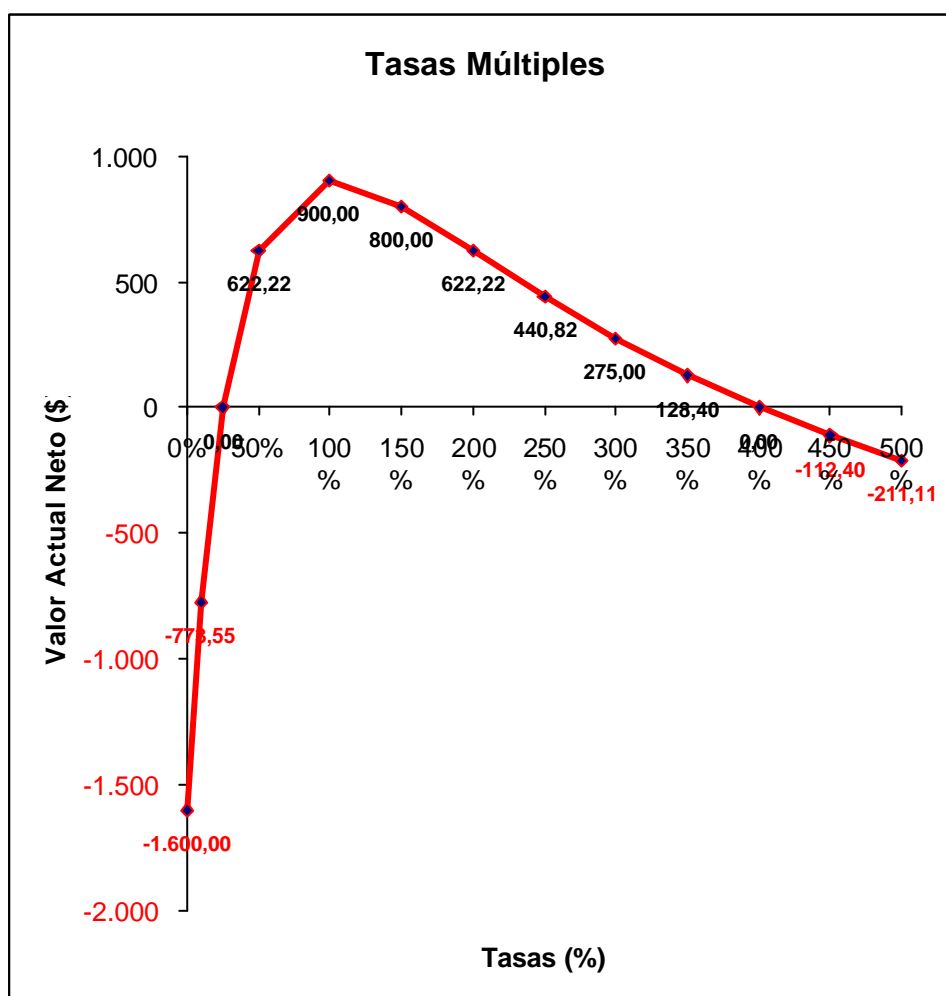
Reemplazando

$$(1+TIR) = x = \frac{10.000 \pm \sqrt{10.000^2 - 4(1.600)10.000}}{2(1.600)}$$

$$(1+TIR) = \frac{10.000 \pm 6.000}{3.200} \quad \begin{matrix} TIR = 25\% \\ TIR = 400\% \end{matrix}$$

La TIR asume dos valores, 25% y 400% que, de hecho, resultados irracionales. Sensibilizando tasas de descuento, se puede observar que el VAN y la TIRM adoptan valores aceptables, a medida que la tasa de costo de capital se incrementa, debido al supuesto de reinversión de fondos de ambos métodos. Gráficamente se puede observar el comportamiento del proyecto no convencional.

Gráfico 2. VAN, TIR para proyectos no convencionales



En la ilustración se puede apreciar el perfil del VAN ante distintas tasa de descuento. El máximo beneficio se logra para un rango de costo del 25% hasta el 100%. En el supuesto de que el costo del capital fuese del 10% el proyecto sería rechazado, ya que el VAN arroja un valor negativo de -\$703,23 y la TIRM es del 7%, un rendimiento inferior al costo del capital del proyecto. La solución para casos de proyectos no convencionales es desechar a la TIR y trabajar con el VAN y la TIRM. En la medida que sea un proyecto independiente e individual, ambos métodos conducirán a similares conclusiones.